به نام خدا



سایت گروه آموزشی آلم

ابتدایی، راهنمایی، دبیرستان، کنکور و دانشگاه

www.g-alm.ir	
www.g-alm.ir/ac	دانشگاه
www.g-alm.ir/forum	انجمن
www.g-alm.ir/azmoon	آزمون های آلم
www.g-alm.ir/shop	فروشگاه
www.film.g-alm.ir	فیلم های آموزشی

www.g-alm.ir

دفترچه پاسخ

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

آزمون ۲۱ مهر ماه ۹۶

پیش‌دانشگاهی ریاضی

	نام درس	نام طراحان
عمومی و اختصاصی	دیفرانسیل و ریاضی پایه	کاظم اجلالی ـ علی‌اصغر تنها ـ جمال‌الدین حسینی ـ علی دارابی‌نیا ـ محمد رضوی کاشانی ـ مجید رفعتی ـ مرتضی روزبهانی ـ پروانه زارعی فریدون ساعتی ـ حجت سردار ـ محمدطاهر شعاعی ـ حبیب شفیعی ـ محمدرضا شوکتی‌بیرق ـ علی‌اکبر علیزاده ـ حسن فتح‌قریب امیرمحمد فرزانه ـ علی‌اصغر فرضی ـ قاسم کتابچی ـ بهادر کریمی ـ کیا مقدس‌نیاک ـ حسین ملکشاه ـ ایمان نخستین ـ محمد یگانه ـ علی یوسفی
	هندسه	امیرحسین ابومحبوب ـ عباس اسدی امیرآبادی ـ رضا پورحسینی ـ محمد حسینی‌فرد ـ حسین خزایی ـ سیدامیر ستوده ـ شروین سیّاح‌نیا محمدطاهر شعاعی ـ رضا عباسی‌اصل ـ حمید گروسی ـ رسول محسنی‌منش ـ سیدعادل‌رضا مرتضوی ـ سروش مونینی ـ محمد علی نادرپور هومن نورایی
	ریاضیات گسسته	محمدحسینی‌فرد ـ عباس ثروتی ـ کیوان دارابی ـ علی ساوجی ـ علیرضا سیف ـ محمد صحت‌کار ـ محسن فاطمی ـ سعید قندچی ـ حسین کرد سیدعادل‌رضا مرتضوی
	فیزیک	خسرو ارغوانی فرد ـ امیرحسین برادران ـ امین بیات‌بارونی ـ محسن پیگان ـ ناصر خوارزمی ـ فرشید رسولی ـ کاظم شاهملکی ـ روح‌اله علی‌پور مصطفی کیانی ـ سعید گودرزی ـ غلامرضا محیی ـ فاروق مردانی ـ محمدجعفر مفتاح ـ مهدی میراب‌زاده ـ حسین ناصحی ـ سیدامیر نیکویی‌نهالی
	شیمی	سیدسحاب اعرابی ـ رضا اکبری ـ امیرعلی برخورداریون ـ حامد پویان‌نظر ـ مسعود جعفری ـ رضا جعفری‌فیروزآبادی ـ شهرزاد حسین‌زاده محسن خوشدل ـ موسی خیاط‌علیمحمدی ـ سهند راحمی‌پور ـ مصطفی رستم‌آبادی ـ روح‌الله علیزاده ـ حسن عیسی‌زاده ـ علی فرزادتبار امیر قاسمی ـ عرفان محمودی ـ سیدطاها مصطفوی ـ امیرحسین معروفی ـ علی مؤیدی ـ فرشاد میرزایی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	دیفرانسیل و ریاضی‌پایه	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلالی	حسین خزایی امیرحسین ابومحبوب	کیوان دارابی	مصطفی کیانی	مسعود جعفری
گروه ویراستاری	مرضیه گودرزی محمدحسن خواجه‌دهی حمید زرین‌کفش هادی پلاور	مرضیه گودرزی علی ارجمند هادی پلاور	مرضیه گودرزی علی ارجمند هادی پلاور	حمید زرین‌کفش معصومه علیزاده محمدحسن خواجه‌دهی	علی حسنی‌صفت امیررضا پاشاپور یگانه امیرعلی برخورداریون سیدسحاب اعرابی کسری عبدی‌پور
مسئول درس	امیرمحمد فرزانه	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	سهند راحمی‌پور
بازبینی نهایی	سینا اکبری	سینا اکبری	سینا اکبری	امیرحسین برادران	ــــــــــ

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری (اختصاصی)	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده (اختصاصی)	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مریم صالحی	مسئول دفترچه: آتنه اسفندیاری (اختصاصی)
حروفنگار و صفحه‌آرا	ندا اشرفی	
ناظر چاپ	حمید محمدی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

دیفرانسیل

-۸۱ (امیرمحمد فرزانه)

$$\text{مرکز بازه} = \frac{a+b+a-b}{2} = \frac{2a}{2} = a = 1$$

$$\text{شعاع بازه} = \frac{(a-b)-(a+b)}{2} = \frac{-2b}{2} = -b = 3 \Rightarrow b = -3$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

-۸۲ (علی‌اصغر تنها)

اگر $0 < a < 1$ باشد، آنگاه داریم: $(n \geq 2)$

$$\begin{cases} 0 < a^n < a \\ a < \sqrt[n]{a} < \sqrt[n+1]{a} < 1 \end{cases}$$

$$0 < a < 1 \Rightarrow \frac{1}{a} > 1 \quad \text{(I)}$$

$$\begin{cases} \sqrt{a} < \sqrt[3]{a} \xrightarrow{\times a} a\sqrt{a} < a\sqrt[3]{a} \\ a^2 < a \xrightarrow{\times \sqrt{a}} a^2\sqrt{a} < a\sqrt{a} \end{cases} \Rightarrow a^2\sqrt{a} < a\sqrt[3]{a} \quad \text{(II)}$$

$$\begin{cases} \sqrt{a} < \sqrt[5]{a} \\ a^2\sqrt{a} < \sqrt{a} \end{cases} \Rightarrow a^2\sqrt{a} < \sqrt[5]{a} \quad \text{(III)}$$

با توجه به I و II و III و این که $a^2\sqrt{a} < 1$ می‌باشد. لذا عدد $a^2\sqrt{a}$ از سایر گزینه‌ها کوچک‌تر و در نتیجه فاصله‌ی آن از صفر کم‌تر است.

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه؛ صفحه‌ی ۱۲)

-۸۳ (جمال‌الدین مسینی)

عضو همانی عمل جمع صفر و عضو همانی عمل ضرب یک است. لذا داریم:

$$a^2 - b^2 = 0 \Rightarrow a^2 = b^2 \Rightarrow a = \pm b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a + b - 3 = 0 \\ a = \pm b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = b = 1 \\ \text{یا} \\ a = 3 \ , \ b = -3 \end{cases}$$

از طرف دیگر $a + b - 1 = 1$ لذا $a + b = 2$ بنابراین $a = b = 1$ قابل قبول است. بنابراین $\frac{3a-3}{a+2b} = 0$ و می‌دانیم صفر (۰) وارون ندارد.

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه؛ صفحه‌های ۱ تا ۷)

-۸۴ (جمال‌الدین مسینی)

$$-\frac{7-3a}{15} = \frac{1-a}{a-2} \xrightarrow{a \neq 2} (3a-7)(a-2) = 15 - 15a$$

$$3a^2 - 13a + 14 = 15 - 15a \Rightarrow 3a^2 + 2a - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \Rightarrow 3a = 1 \\ a = -1 \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

می‌دانیم وارون $3a$ برابر است با $\frac{1}{3a}$. لذا وارون ۱ برابر است با ۱.

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه؛ صفحه‌های ۱ تا ۷)

-۸۵ (فریدون ساعتی)

می‌دانیم هر عدد حقیقی مانند z دارای عضو قرینه مانند $-z$ است. به‌طوری که $z + (-z) = 0$ بنابراین:

$$x + z = y + z \xrightarrow[\text{اضافه می‌کنیم.}]{\text{به‌طرفین } (-z)} x + z + (-z) = y + z + (-z)$$

$$\xrightarrow{\text{خاصیت شرکت‌پذیری}} x + \underbrace{(z + (-z))}_{0} = y + \underbrace{(z + (-z))}_{0}$$

$$\Rightarrow x + 0 = y + 0 \xrightarrow{\text{خاصیت عضو خنثی}} x = y$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه؛ صفحه‌های ۱ تا ۷)

-۸۶ (مجید رفعتی)

$$x > \frac{1}{3} \Rightarrow 0 < \frac{1}{x} < 3 \Rightarrow -2 < \frac{1}{x} - 2 < 1 \Rightarrow -2 < A < 1 \Rightarrow |A| < 2$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۷)

-۸۷ (قاسم کتابی)

$$\frac{1}{a} < bc \xrightarrow{\times a^2 > 0} a < a^2bc \xrightarrow[+b]{b<0} \frac{a}{b} > a^2c$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه؛ صفحه ۱۲)

-۸۸ (کیا مقدس‌نیاک)

$$a^2 + 2b^2 - 2ab + 4b < b - 4$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 - 2ab + b^2 + 4b + 4 < b$$

$$\Rightarrow 0 \leq \underbrace{(a-b)^2 + (b+2)^2}_{\text{۲ عبارت همواره نامنفی}} < b \Rightarrow (a-b)^2 + (b+2)^2 = 0$$

حاصل جمع دو عبارت همواره نامنفی زمانی صفر است که هر کدام از آنها برابر صفر باشند.

$$\Rightarrow \begin{cases} a - b = 0 \Rightarrow a = b \\ b + 2 = 0 \Rightarrow b = -2 \end{cases} \Rightarrow 2a + b = 2(-2) - 2 = -6$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۷)

-۸۹ (ایمان نشستین)

$$(0/\overline{83})^2 = (\frac{83-8}{90})^2 = (\frac{75}{90})^2 = (\frac{5}{6})^2 = \frac{25}{36} = \frac{25 \times 25}{36 \times 25}$$

$$= \frac{625}{900} = \frac{694 - 69}{900} = 0/\overline{694}$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

-۹۰ (کیا مقدس‌نیاک)

$$0/\overline{2a} = \frac{20 + a - 2}{90} \ , \ 0/\overline{a2} = \frac{10a + 2 - a}{90}$$

$$\Rightarrow 0/\overline{2a} + 0/\overline{a2} = \frac{20 + a - 2 + 10a + 2 - a}{90} = \frac{20 + 10a}{90} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 60 + 30a = 90 \Rightarrow a = 1$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

-۹۱ (کاظم اجلالی)

می‌دانیم در هر پنج ضلعی منتظم اگر a طول ضلع و x طول قطر باشد آن‌گاه:

$$\frac{x}{a} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \notin Q$$

پس نسبت طول ضلع به طول قطر $(\frac{2}{\sqrt{5}+1})$ و نسبت طول قطر به مقدار محیط $(\frac{\sqrt{5}+1}{10})$ و مربع نسبت طول قطر به طول ضلع $(\frac{3+\sqrt{5}}{2})$ اعدادی گنگ هستند. ولی حاصل‌ضرب طول ضلع و طول قطر می‌تواند عددی گویا باشد. زیرا:

$$\frac{x}{a} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \Rightarrow ax = (\frac{\sqrt{5}+1}{2})a^2$$

$ax = (\frac{\sqrt{5}-1}{2})(\frac{\sqrt{5}+1}{2}) = 1$ باشد تا داشته باشیم: $a = \sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$ کافی است

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۷)

-۹۲ (کاظم اجلالی)

اگر $a = 1$ ، $b = \sqrt{2}$ باشد، آن‌گاه: $\frac{a}{b} + b = \frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \notin Q$

اگر $a = 1$ ، $b = 2 + \sqrt{3}$ باشد، آن‌گاه:

$$\frac{a}{b} + b = \frac{1}{2+\sqrt{3}} + 2 + \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} = 4 \in Q$$

@elmeruzkonkoor

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

بنابراین عدد $\frac{a}{b}+b$ می‌تواند گنگ یا گویا باشد.

برای بررسی سایر گزینه‌ها توجه کنید که عدد $\frac{a}{a+1}$ گویا و مخالف صفر و عدد $\frac{b}{b+1}$ گنگ است. بنابراین ضرب، تقسیم و تفاضل این دو عدد هم گنگ است.

$$\frac{a}{a+1}\cdot\frac{b}{b+1}=\frac{ab}{(a+1)(b+1)}\notin Q \qquad \frac{\frac{a}{a+1}}{\frac{b}{b+1}}=\frac{ab+a}{ab+b}\notin Q$$

$$\frac{a}{a+1}-\frac{b}{b+1}=\frac{ab+a-ab-b}{(a+1)(b+1)}=\frac{a-b}{(a+1)(b+1)}\notin Q$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

-۹۳ (ایمان نصتین)

$$Max\{a,b\}=\frac{a+b}{2}+\frac{|a-b|}{2}$$

$$Max\{x^2,x\}=\frac{x^2+x}{2}+\frac{|x^2-x|}{2}=1+\frac{|x^2-x|}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2+x}{2}=1\Rightarrow x^2+x-2=0\Rightarrow (x+2)(x-1)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=1 \end{cases} \Rightarrow -2+1=-1$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

-۹۴ (محمدطاهر شعاعی)

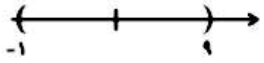
$$3|x-3|+5|6-2x|=|9-x^2|\Rightarrow 3|x-3|+10|3-x|$$
$$=|x-3||x+3|\Rightarrow 13|x-3|=|x-3||x+3|$$
$$\Rightarrow \begin{cases} |x-3|=0\Rightarrow x_1=3 \\ |x+3|=13\Rightarrow x+3=\pm 13\Rightarrow x_2=10, x_3=-16 \end{cases}$$

$$x_1+x_2+x_3=3+10-16=-3$$

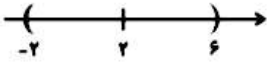
(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

-۹۵ (محمد یگانه)

$A=(-1,9)$



B بازه‌ای به مرکز ۲ و شعاع ۴



$$A\cap B=(-1,6)$$

$$\text{شعاع}=\frac{6+1}{2}=3/5 \qquad \text{مرکز } x=\frac{6-1}{2}=2/5$$

$$|x-2/5|<3/5 \text{ شعاع}$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

-۹۶ (محمد رضوی‌کاشانی)

فاصلهٔ x از عدد یک (۱) را با $|x-1|$ و فاصلهٔ آن از عدد (-2) را با $|x-(-2)|$ نشان می‌دهیم. پس داریم:

$$|x-1|+|x+2|<4$$

با تعیین علامت قدرمطلق را از بین می‌بریم:

x		-2		1	
$x-1$	$-$		$-$	0	$+$
$x+2$	$-$	0	$+$		$+$

$$x<-2\Rightarrow -(x-1)-(x+2)<4$$
$$\Rightarrow -2x<5\Rightarrow x>\frac{-5}{2} \text{ مجموعه اول جواب}=\frac{-5}{2}<x<-2$$

همواره بر قرار $-2\le x<1\Rightarrow -(x-1)+(x+2)<4\Rightarrow 3<4$

$-2\le x<1$ = مجموعه جواب دوم

$$x\ge 1\Rightarrow (x-1)+(x+2)<4\Rightarrow 2x<3\Rightarrow x<\frac{3}{2}$$

$1\le x<\frac{3}{2}$ = مجموعه جواب سوم

$-\frac{5}{2}<x<\frac{3}{2}$ = اجتماع سه مجموعه = مجموعه جواب

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۷)

-۹۷ (بهادر کریمی)

اگر دقت کنیم نامعادلهٔ داده شده حالت خاص نامساوی مثلث است و درصورتی برقرار است که $AB<0$ باشد.

$$\underbrace{|2x-1|}_{A}+\underbrace{|x-8|}_{B}>\underbrace{|3x-9|}_{A+B}$$

$$(2x-1)(x-8)<0\Rightarrow \frac{1}{2}<x<8$$

۷ = تعداد اعداد صحیح بین $\frac{1}{2}$ و ۸

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۷)

-۹۸ (حسین ملکشاه)

$$\left.\begin{array}{l} |2x+a|<b \overset{+2}{\Rightarrow} |x+\frac{a}{2}|<\frac{b}{2} \\ |x-(-1)|<2\Rightarrow |x+1|<2 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{2}=1\Rightarrow a=2 \\ \frac{b}{2}=2\Rightarrow b=4 \end{cases}$$
$$\Rightarrow a+b=2+4=6$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۷)

-۹۹ (محمدرضا شوکتی‌بیرق)

به ازای $k=0$ نامعادلهٔ داده شده به‌صورت $x^2<|x|$ در می‌آید که جواب آن $-1<|x|<0$ می‌باشد که یک همسایگی محذوف متقارن به مرکز صفر و به شعاع یک را مشخص می‌کند. $x^2<|x|\Rightarrow |x|^2-|x|<0\Rightarrow |x|(|x|-1)<0$

$$\Rightarrow \begin{cases} x\neq 0 \\ |x|-1<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x\neq 0 \\ |x|<1 \end{cases} \Rightarrow 0<|x|<1$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۷)

-۱۰۰ (حبیب شفیعی)

عبارت درجهٔ دوم را به‌صورت مربع کامل می‌نویسیم:

$$x^2+bx-4<0\Rightarrow (x+\frac{b}{2})^2-\frac{b^2}{4}-4<0$$
$$\Rightarrow (x+\frac{b}{2})^2<\frac{b^2}{4}+4\Rightarrow |x+\frac{b}{2}|<\sqrt{\frac{b^2}{4}+4}$$

یعنی مجموعه جواب یک بازهٔ متقارن به مرکز $\frac{-b}{2}$ و شعاع $\sqrt{\frac{b^2}{4}+4}$ است.

$$\sqrt{\frac{b^2}{4}+4}=\sqrt{5}\Rightarrow \frac{b^2}{4}+4=5\Rightarrow b^2=4\xrightarrow{b>0} b=2$$

$$\text{مرکز بازه}=\frac{-b}{2}=-1$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

ریاضی پایه

-۱۰۱ (علی‌اصغر فرضی)

$a_۷ = ۱۱$ ، $d =$ قدر نسبت $= -۱/۵$

$a_۷ = a + ۶d \Rightarrow ۱۱ = a + ۶(-۱/۵) \Rightarrow a = ۲۰ =$ جملهٔ اول

$$S_{۲۰} = \frac{n}{۲}[۲a + (n-۱)d] \Rightarrow S_{۲۰} = ۱۰[۴۰ + ۱۹(-۱/۵)]$$

$$\Rightarrow S_{۲۰} = ۱۰(۱۱/۵) \Rightarrow S_{۲۰} = ۱۱۵$$

(حسابان - مقاسبات هبری، معادلات و نامعادلات، صفحه‌های ۲ تا ۶)

-۱۰۲ (پروانه زارعی)

$$\left.\begin{array}{l} d = \frac{t_m - t_n}{m-n} = \frac{t_۸ - t_۳}{۸-۳} = \frac{۳۰-۶}{۵} = ۴/۸ \\ t_۳ = t_۱ + ۲d \Rightarrow ۶ = t_۱ + ۹/۶ \Rightarrow t_۱ = -۳/۶ \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow t_{۱۳} = -۳/۶ + ۱۲(۴/۸) = ۵۴$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

-۱۰۳ (قاسم کتابچی)

$$۱ + ۲ + ۳ + \ldots + n = \frac{n(n+۱)}{۲} = \frac{۵}{۹}n^۲ \xrightarrow{n \neq ۰} ۱۰n = ۹n + ۹$$

$$\Rightarrow n = ۹$$

(حسابان - مقاسبات هبری، معادلات و نامعادلات، صفحه‌های ۲ تا ۶)

-۱۰۴ (علی دارابی‌نیا)

$$۲S_n = n^۲ + n \Rightarrow S_n = \frac{n^۲ + n}{۲}$$

$a_n = S_n - S_{n-۱} \Rightarrow a_{۱۰} = S_{۱۰} - S_۹$ می‌دانیم که

$$\frac{۱۰^۲ + ۱۰}{۲} - \frac{۹^۲ + ۹}{۲} = ۱۰$$

(حسابان - مقاسبات هبری، معادلات و نامعادلات، صفحه‌های ۲ تا ۶)

-۱۰۵ (علی‌اکبر علیزاده)

تعداد جملات به‌ترتیب ۲ تا، ۵ تا، ۸ تا و ... است. بنابراین تعداد جملات دسته nاُم از رابطه $t_n = ۳n - ۱$ به‌دست می‌آید. مجموع تعداد جملات در ۱۰ دستهٔ اول برابر است با:

$$S_{۱۰} = \frac{۱۰}{۲}(۲(۲) + ۹(۳)) = ۱۵۵$$

بنابراین جملهٔ نهم دستهٔ یازدهم، جملهٔ $(۹ + ۱۵۵)$اُم یعنی جملهٔ ۱۶۴اُم دنبالهٔ زیر است:

$۱۰, ۱۴, ۱۸, \ldots$

$$a_{۱۶۴} = a_۱ + ۱۶۳d = ۱۰ + ۱۶۳(۴) = ۶۶۲$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

-۱۰۶ (حسن فتح‌قریب)

$$a_{۱۵} = ۳a_۳ \Rightarrow a_۱q^{۱۴} = ۳a_۱q^۲ \Rightarrow q^{۱۲} = ۳$$

$$a_{۴۹} - a_{۳۷} = a_۱q^{۴۸} - a_۱q^{۳۶} = a_۱(q^{۱۲})^۴ - a_۱(q^{۱۲})^۳$$

$$= ۸۱a_۱ - ۲۷a_۱ = ۵۴a_۱$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

-۱۰۷ (محمدرضا شوکتی‌بیرق)

$$(a_۵a_۶a_۷a_۸)^۲ = (a_۱a_۲a_۳a_۴)(a_۹a_{۱۰}a_{۱۱}a_{۱۲}) = ۱۲ \times ۱۰۸ = ۲^۴ \times ۳^۴$$

$$\Rightarrow a_۵a_۶a_۷a_۸ = ۳۶$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

-۱۰۸ (علی یوسفی)

$$(\frac{۱}{۲}a + \frac{۱}{۲^۲}a + \ldots + \frac{۱}{۲^{۱۰}}a) + (۱ + ۲ + \ldots + ۱۰) = \frac{۲۷۸۳}{۳۲}$$

پرانتز اول یک دنبالهٔ هندسی و پرانتز دوم یک دنبالهٔ حسابی است، پس:

$$\frac{\frac{۱}{۲}a(۱ - \frac{۱}{۲^{۱۰}})}{۱ - \frac{۱}{۲}} + \frac{۱۰(۱+۱۰)}{۲} = \frac{۲۷۸۳}{۳۲} \Rightarrow \frac{۱۰۲۳a}{۱۰۲۴} = \frac{۲۷۸۳}{۳۲} - ۵۵$$

$$\Rightarrow \frac{۱۰۲۳a}{۱۰۲۴} = \frac{۱۰۲۳}{۳۲} \Rightarrow a = ۳۲$$

(حسابان - مقاسبات هبری، معادلات و نامعادلات، صفحه‌های ۲ تا ۶)

-۱۰۹ (مرتضی روزبهانی)

جمله اول $a_۱ = x$

$$q = -\frac{۱}{۲} : \text{قدر نسبت} \Rightarrow |q| < ۱ \Rightarrow \text{حد مجموع } S = \frac{a_۱}{۱-q}$$

$$\Rightarrow S = \frac{x}{۱ - (-\frac{۱}{۲})} = \frac{۱}{۹} \Rightarrow \frac{x}{\frac{۳}{۲}} = \frac{۱}{۹} \Rightarrow \frac{۲x}{۳} = \frac{۱}{۹} \Rightarrow x = \frac{۱}{۶}$$

(حسابان - مقاسبات هبری، معادلات و نامعادلات، صفحه‌های ۲ تا ۶)

-۱۱۰ (مجتبی سرزار)

جملات اول، دوم و چهارم دنبالهٔ هندسی به‌صورت a ، aq و $aq^۳$ می‌باشد. از آنجایی که جملات اول، سوم و شصت و سوم دنبالهٔ حسابی است، لذا داریم:

$$\frac{aq^۳ - aq}{۶۳ - ۳} = \frac{aq - a}{۳ - ۱} \Rightarrow \frac{aq(q^۲ - ۱)}{۶۰} = \frac{a(q-۱)}{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{aq(q-۱)(q+۱)}{۶۰} = \frac{a(q-۱)}{۲} \xrightarrow{q \neq ۱} q^۲ + q = ۳۰$$

$$\Rightarrow q^۲ + q - ۳۰ = ۰ \Rightarrow (q+۶)(q-۵) = ۰ \Rightarrow q = ۵ \ , \ q = -۶$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله، صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

-۱۱۱ (سروش موئینی)

$$A(۳,۲,۱)\begin{cases}\xrightarrow[\text{قرینه نسبت به xy}]{} C(۳,۲,-۱)\\ \xrightarrow[\text{تصویر بر xz}]{} B(۳,۰,۱)\end{cases}$$

$$AB=\sqrt{۰+۲^۲+۰}=۲$$

$$AC=\sqrt{۰+۰+۲^۲}=۲$$

$$BC=\sqrt{۰+۲^۲+۲^۲}=۲\sqrt{۲}$$

مثلث با اضلاع ۲، ۲ و $۲\sqrt{۲}$ قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین است.

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۴ تا ۷)

-۱۱۲ (محمدعلی تاررپور)

اگر $A=(x_۱,y_۱,z_۱)$ باشد، آن‌گاه تصویر A بر صفحهٔ xy برابر $A_۱=(x_۱,y_۱,۰)$ و بر صفحهٔ xz برابر $A_۲=(x_۱,۰,z_۱)$ است. پس داریم:

$$A_۱=(۲,-۱,n)=(x_۱,y_۱,۰)\Rightarrow x_۱=۲\ ,\ y_۱=-۱\ ,\ n=۰$$

$$A_۲=(m,k,۲)=(x_۱,۰,z_۱)\Rightarrow x_۱=m=۲\ ,\ k=۰\ ,\ z_۱=۲$$

در نتیجه مختصات نقطهٔ A به‌صورت $A=(۲,-۱,۲)$ است. لذا $|OA|=\sqrt{۴+۱+۴}=۳$.

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۴ تا ۷)

-۱۱۳ (محمد حسینی‌فرد)

در مستطیل ABDE:

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AD}$$

در مستطیل ACDF:

$$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AD}$$

$$(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AE})+(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AF})+\overrightarrow{AD}=۳\overrightarrow{AD}$$

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

-۱۱۴ (مسعود فرابی)

بردارهای $a+b$ و $a-b$، قطرهای متوازی‌الاضلاعی به اضلاع a و b هستند.

متوازی‌الاضلاعی که قطرهای آن برهم عمود باشند، یک لوزی است، بنابراین اضلاع مجاور در لوزی یعنی بردارهای a و b هم‌اندازه‌اند و داریم:

$$|a|=|b|\Rightarrow\sqrt{۹+۴+m^۲}=۷\Rightarrow m=\pm۶$$

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

-۱۱۵ (عباس اسدی‌امیرآبادی)

برآیند سه بردار، برداری یکه و در جهت محور x ها است، پس باید ضریب i برابر یک و ضریب j و k صفر شوند.

داریم:

$$a+b+c=(۱,m-۳,۴-۳m-n)$$

$$\Rightarrow\begin{cases}m-۳=۰\Rightarrow m=۳\\ ۴-۳m-n=۰\Rightarrow n=-۵\end{cases}$$

بنابراین $m+n=-۲$ است.

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۷ تا ۱۲)

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

-۱۱۶ (امیرحسین ابومحبوب)

اندازهٔ دو بردار a و b برابر است، پس $|a| = |b| = ۳$. بردار نیمساز زاویهٔ بین بردارهای a و b به‌صورت $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|}$ است. بنابراین با فرض $b = (b_۱, b_۲, b_۳)$ داریم:

$$\left(\frac{(۱,۲,-۲)}{۳} + \frac{(b_۱,b_۲,b_۳)}{۳}\right) \| (۱,۰,۰)$$

$$\Rightarrow (۱ + b_۱ , ۲ + b_۲ , -۲ + b_۳) \| (۱,۰,۰)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۲ + b_۲ = ۰ \Rightarrow b_۲ = -۲ \\ -۲ + b_۳ = ۰ \Rightarrow b_۳ = ۲ \end{cases}$$

$$|b| = ۳ \Rightarrow \sqrt{b_۱^۲ + (-۲)^۲ + ۲^۲} = ۳ \Rightarrow b_۱^۲ = ۱ \Rightarrow b_۱ = \pm ۱$$

اما $b_۱$ نمی‌تواند برابر (-۱) باشد، زیرا در این‌صورت دو بردار a و b قرینه‌ی یکدیگر شده و هم راستا می‌شود که خلاف فرض مسأله است. پس $b_۱ = ۱$ و در نتیجه $b_۱ + b_۲ + b_۳ = ۱$ است.

(هندسه تحلیلی - بردارها، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

-۱۱۷ (هومن نورایی)

می‌دانیم بردار یکهٔ هر بردار، موازی و هم‌جهت با خود بردار است، پس داریم:

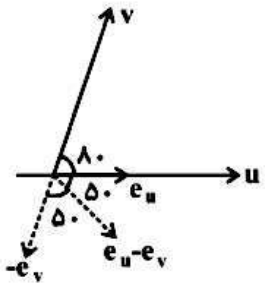
$$e_a \| a \Rightarrow \frac{m}{۲} = -\frac{m}{z} \Rightarrow z = -۲ \Rightarrow |a| = \sqrt{۴ + ۱ + ۴} = ۳$$

$$\Rightarrow e_a = \left(\frac{۲}{۳}, \frac{۱}{۳}, -\frac{۲}{۳}\right) \Rightarrow m + n = ۱$$

(هندسه‌ی تحلیلی - بردارها، صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

-۱۱۸ (سیدامیر ستوده)

$e_u - e_v$ در راستای نیمساز خارجی زاویهٔ بین دو بردار u و v است. بنابراین زاویهٔ بین بردارهای $e_u - e_v$ و u برابر ۵۰ درجه است.



(هندسه تحلیلی - بردارها، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

-۱۱۹ (محمدطاهر شعاعی)

$$c = a + tb = (۲,۴,۱) + t(-۱,۱,۱) = (۲ - t, ۴ + t, ۱ + t)$$

$$\Rightarrow |c| = \sqrt{(۲ - t)^۲ + (۴ + t)^۲ + (۱ + t)^۲} = \sqrt{۳t^۲ + ۶t + ۲۱}$$

$$\Rightarrow |c| = \sqrt{۳(t + ۱)^۲ + ۱۸} \Rightarrow |c| \geq \sqrt{۱۸}$$

$$\min |c| = \sqrt{۱۸} = ۳\sqrt{۲}$$

(هندسه تحلیلی - بردارها، صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

-۱۲۰ (محمدطاهر شعاعی)

مختصات رأس‌های مثلث متساوی‌الاضلاع داده شده به‌صورت $A(k,۰,۰)$ و $B(۰,k,۰)$ و $C(۰,۰,k)$ می‌باشد. اگر $k > ۰$، آن‌گاه طول ضلع مثلث $k\sqrt{۲}$ است و در نتیجه داریم:

$$k\sqrt{۲} = \sqrt{۱۸} \Rightarrow k\sqrt{۲} = ۳\sqrt{۲} \Rightarrow k = ۳$$

$$\overrightarrow{BM} = ۲\overrightarrow{MA} + ۲\overrightarrow{CM}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OB} = ۲(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OM}) + ۲(\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OC})$$

$$۲\overrightarrow{OM} = ۲\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} - ۲\overrightarrow{OC}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OM} = \frac{(۹,۰,۰) + (۰,۳,۰) - (۰,۰,۶)}{۲} = \left(\frac{۹}{۲}, \frac{۳}{۲}, -۳\right)$$

$$|\overrightarrow{OM}| = \frac{۱}{۲}\sqrt{۹^۲ + ۳^۲ + ۶^۲} = \frac{۳}{۲}\sqrt{۹ + ۱ + ۴} = \frac{۳\sqrt{۱۴}}{۲}$$

(هندسه تحلیلی - بردارها، صفحه‌های ۴ تا ۱۱)

@elmeruzkonkoor

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

ریاضیات گسسته

-۱۲۱ (مسعود کرد)

برای آنکه مجموع ۳ عدد، عددی زوج باشد یا باید هر ۳ عدد زوج باشند و یا یکی از آنها زوج و دو عدد دیگر فرد باشند. بنابراین داریم:

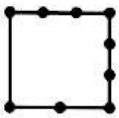
$$n_1 = \binom{4}{3} \quad \text{هر ۳ عدد زوج}$$

$$n_2 = \binom{5}{2} \times \binom{4}{1} \quad \text{دو عدد فرد و یک عدد زوج}$$

$$\Rightarrow n = n_1 + n_2 = 4 + 40 = 44$$

(ریاضی ۲ - ترکیبیات، صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۹۰)

-۱۲۲ (محمد حسینی‌فرد)



۳ نقطه را می‌توان به $\binom{9}{3}$ طریق از بین نقاط داده شده انتخاب کرد. اما اگر این ۳ نقطه روی یک ضلع واحد از مربع واقع شوند، تشکیل مثلث نمی‌دهند. پس تعداد این دسته را شمرده و از کل کم می‌کنیم:

$$n = \binom{9}{3} - \binom{4}{3} - \binom{4}{3} - \binom{3}{3} = 75$$

(ریاضی ۲ - ترکیبیات، صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۹۰)

-۱۲۳ (عباس ثروتی)

اگر هر زن و شوهر را یک دسته فرض کنیم، ۵ دسته تشکیل می‌شود که دارای $5!$ جایگشت هستند. از طرفی هر زن و شوهر می‌توانند درون دسته‌ها به $2!$ طریق با یکدیگر جابه‌جا شوند. پس ۵ جایگشت ۲تایی ایجاد می‌شود:

$$N = 5! \times (2!)^5 = 5! \times 32$$

(ریاضی ۲ - ترکیبیات، صفحه‌های ۱۸۲ تا ۱۸۶)

-۱۲۴ (محمد صحت‌کار)

$$\text{تعداد کل مسابقات} = \binom{n}{2} \times 4 = 112 \Rightarrow \binom{n}{2} = \frac{112}{4} = 28$$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 28 \Rightarrow n(n-1) = 56 = 8 \times 7 \Rightarrow n = 8$$

پس تعداد تیم‌ها ۸ است و در نتیجه هر تیم با ۷ تیم دیگر مسابقه داده است.

(ریاضی ۲ - ترکیبیات، صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۹۰)

-۱۲۵ (علی ساوجی)

اگر رقم هزارگان ۷ باشد، آن‌گاه تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$\underset{\downarrow}{1} \times 9 \times 9 \times 9 \Rightarrow 9^3$$

اگر رقم صدگان ۷ باشد، آن‌گاه تعداد حالت‌ها برابر می‌شود با:

$$8 \times \underset{\downarrow}{1} \times 9 \times 9 \Rightarrow 8 \times 9^2$$

۷

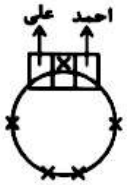
تعداد حالت‌هایی که رقم دهگان ۷ باشد یا رقم یکان ۷ باشد دقیقاً مانند حالت صدگان است.

پس تعداد کل حالت‌ها برابر است با: $9^3 + 8 \times 9^2 \times 3 = 9^2(9 + 24) = 33 \times 9^2$

(ریاضی ۲ - ترکیبیات، صفحه‌های ۱۷۶ تا ۱۸۲)

-۱۲۶ (سیدعادل‌رضا مرتضوی)

علی و احمد و فردی که بین آن‌ها قرار می‌گیرد را یک بسته در نظر می‌گیریم. در این‌صورت این بسته به همراه ۴ نفر دیگر دارای $(5-1)!$ جایگشت هستند. در بسته‌ی مورد نظر، برای فردی که بین علی و احمد قرار می‌گیرد، ۵ انتخاب داریم و علی و احمد نیز با یکدیگر $2!$ جایگشت دارند. پس تعداد جواب‌ها برابر است با:



$$4! \times 5 \times 2! = 240$$

(ریاضی ۲ - ترکیبیات، صفحه‌های ۱۸۲ تا ۱۸۶)

-۱۲۷ (محسن فاطمی)

۱) رقم سمت چپ ۶ و رقم سمت راست ۲ یا ۴ باشد: $1 \times 3 \times 2 \times 2 = 12$

۲) رقم سمت چپ ۵ و رقم سمت راست ۲ یا ۴ یا ۶ باشد: $1 \times 3 \times 2 \times 3 = 18$

تعداد کل جواب‌ها برابر است با: $12 + 18 = 30$

(ریاضی ۲ - ترکیبیات، صفحه‌های ۱۷۶ تا ۱۸۲)

-۱۲۸ (سعید قندچی)

ابتدا افسرها را می‌نشانیم. بین و کنار آنها ۵ جای خالی تشکیل می‌شود. حال اگر در ۳ مکان از ۵ مکان ایجاد شده، ۳ سرباز قرار گیرند، منظور ما تأمین می‌شود.

□ ○ □ ○ □ ○ □ ○ □

تعداد جواب‌ها برابر است با: جابه‌جایی سربازها با هم

$$\binom{5}{3} \times \underset{\uparrow}{3!} \times \underset{\downarrow}{4!} = 10 \times 3! \times 4!$$

جابه‌جایی افسرها با هم

(ریاضی ۲ - ترکیبیات، صفحه‌های ۱۸۲ تا ۱۹۰)

-۱۲۹ (علیرضا سیف)

ابتدا یکی از ۴ نفر را برای صندلی اول انتخاب می‌کنیم و سپس ۳ نفر باقیمانده از میان ۵ صندلی وسط، جای خود را انتخاب می‌کنند. داریم:

$$\underset{\downarrow}{\binom{4}{1}} \times \underset{\downarrow}{\binom{5}{1}} \times \underset{\downarrow}{\binom{4}{1}} \times \underset{\downarrow}{\binom{3}{1}} = 240$$

انتخاب نفر برای صندلی اول — انتخاب صندلی برای نفر دوم — انتخاب صندلی برای نفر سوم — انتخاب صندلی برای نفر چهارم

(ریاضی ۲ - ترکیبیات، صفحه‌های ۱۸۲ تا ۱۹۰)

-۱۳۰ (کیوان دارابی)

ممکن است هر ۳ با هم برسند یا هر ۳ جدا از هم برسند یا دو تا با هم و یکی جدا برسند.

$n_1 =$ | ۳ نفر جدا از هم | $= 3! = 6$

$n_2 =$ | هر ۳ با هم | $= \binom{3}{3} = 1$

$n_3 =$ | دو تا با هم و یکی جدا | $= \underset{\downarrow}{\binom{3}{2}} + \underset{\downarrow}{\binom{3}{2}} = 6$

۲ نفر عقب‌تر و یکی جلو — ۲ نفر جلوتر و یکی عقب

$$\Rightarrow n = n_1 + n_2 + n_3 = 13$$

(ریاضی ۲ - ترکیبیات، صفحه‌های ۱۸۲ تا ۱۹۰)

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

ریاضیات گسسته ـ آزمون شاهد (گواه)

۱۳۱- (سراسری ریاضی - ۷۲)

تعداد کل اعداد دو رقمی بدون صفر برابر $۸۱ = ۹ \times ۹$ است.

به ازای هر ۸۱ شماره، یک‌بار حروف الفبا عوض می‌شود. به عبارت دیگر در هر سری، ۸۱ اتومبیل شماره‌گذاری می‌شود.

چون $۲۸ + (۱۲ \times ۸۱) = ۱۰۰۰$، لذا تا شماره‌گذاری هزارمین اتومبیل، ۱۲ سری به طور کامل شماره‌گذاری شده است و سری سیزدهم که با توجه به الفبای فارسی سری «ز» می‌باشد، در حال انجام است و با توجه به این‌که در هر دهه ۹ اتومبیل شماره‌گذاری می‌گردد و $۲۸ = (۳ \times ۹) + ۱$ لذا هزارمین اتومبیل اولین شماره از دهه‌ی چهارم است که عدد ۴۱ می‌باشد، لذا شماره‌ی مورد نظر «ز-۴۱» است.

(ریاضی ۲ - ترکیبیات، صفحه‌های ۱۷۶ تا ۱۸۲)

۱۳۲- (کتاب آبی ریاضیات گسسته و جبر و احتمال - سوال ۸۳)

اگر تعداد حالاتی که افراد سمت راست و چپ علی با هم برابر هستند را از کل حالات کم کنیم، در حالات باقیمانده، در نصف حالات افراد سمت راست علی از افراد سمت چپ بیش‌ترند و در نصف دیگر حالات، افراد سمت چپ از افراد سمت راست بیش‌ترند.

تعداد کل حالات $= ۵! = ۱۲۰$

تعداد حالاتی که افراد سمت چپ و راست علی برابرند، برابر است:

با: $\underline{۴} \times \underline{۳} \times \underline{۱} \times \underline{۲} \times \underline{۱} = ۴! = ۲۴$ (علی)

در نتیجه تعداد حالاتی که افراد سمت راست علی از افراد سمت چپ بیش‌ترند:

$$\frac{۱۲۰ - ۲۴}{۲} = ۴۸$$

(ریاضی ۲ - ترکیبیات، صفحه‌های ۱۸۲ تا ۱۸۶)

۱۳۳- (کتاب آبی ریاضیات گسسته و جبر و احتمال - سوال ۹۱)

تعداد اعداد سه رقمی با ارقام ۳، ۷ و ۸ که در آن‌ها رقم تکراری وجود دارد، برابر است با تفاضل تعداد کل اعداد سه رقمی با ارقام ۳، ۷ و ۸ و تعداد اعداد سه رقمی با همین ارقام که سه رقم آن‌ها متمایز است. بنابراین تعداد اعداد مورد نظر برابر است با:

$$۳ \times ۳ \times ۳ - ۳ \times ۲ \times ۱ = ۲۷ - ۶ = ۲۱$$

(ریاضی ۲ - ترکیبیات، صفحه‌های ۱۷۶ تا ۱۸۲)

۱۳۴- (کتاب آبی ریاضیات گسسته و جبر و احتمال - سوال ۱۰۲)

جایگاه وسط شش ضلعی از جایگشت دایره‌ای خارج است و یکی از ۷ عدد می‌توانند در آن جای بگیرد و ۶ عدد باقیمانده دور آن جایگشت دایره‌ای دارند: $۷ \times ۵! = ۸۴۰$

(ریاضی ۲ - ترکیبیات، صفحه‌های ۱۸۲ تا ۱۸۶)

۱۳۵- (کتاب آبی ریاضیات گسسته و جبر و احتمال - سوال ۱۰۹)

تعداد راه‌های نشستن ۳ دانش‌آموز سال اول در ردیف اول و ۲ دانش‌آموز سال دوم در ردیف دوم به ترتیب برابر $P(۵,۲), P(۵,۳)$ است. حال ۳ دانش‌آموز سال سوم باید در ۵ صندلی باقیمانده قرار گیرند که تعداد راه‌های آن برابر است با $P(۵,۳)$.

بنابراین تعداد کل راه‌های موجود برابر است با:

$$P(۵,۳) \times P(۵,۲) \times P(۵,۳) = \frac{۵!}{۲!} \times \frac{۵!}{۳!} \times \frac{۵!}{۲!}$$

$$= ۶۰ \times ۲۰ \times ۶۰ = ۷۲۰۰۰$$

(ریاضی ۲ - ترکیبیات، صفحه‌های ۱۸۲ تا ۱۸۶)

۱۳۶- (کتاب آبی ریاضیات گسسته و جبر و احتمال - سوال ۱۱۵)

با توجه به رابطهٔ $\binom{n}{r} + \binom{n}{r-۱} = \binom{n+۱}{r}$ داریم:

$$\binom{۴}{۴} + \binom{۵}{۴} + \binom{۶}{۴} + \binom{۷}{۴} + \binom{۸}{۴} + \binom{۹}{۴}$$

به جای $\binom{۴}{۴}$ می‌توانیم بنویسیم $\binom{۵}{۵}$، پس داریم:

$$\binom{۵}{۵} + \binom{۵}{۴} + \binom{۶}{۴} + \binom{۷}{۴} + \binom{۸}{۴} + \binom{۹}{۴}$$

$$\binom{۶}{۵}$$

$$\binom{۷}{۵}$$

$$\binom{۸}{۵}$$

$$\binom{۹}{۵}$$

$$\binom{۱۰}{۵}$$

(ریاضی ۲ - ترکیبیات، صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۹۰)

۱۳۷- (سراسری ریاضی - ۹۱)

ابتدا سه رقم متمایز از بین این ۵ رقم انتخاب می‌کنیم که به $\binom{۵}{۳} = ۱۰$ حالت امکان‌پذیر است. واضح است که با هر سه رقم متمایز، فقط یک عدد سه رقمی با شرط داده شده می‌توان نوشت، پس تعداد اعداد مورد نظر ۱۰ تاست.

(ریاضی ۲ - ترکیبیات، صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۹۰)

۱۳۸- (سراسری ریاضی - ۹۲)

ابتدا از بین ۶ منطقه، ۳ گروه را انتخاب کرده و سپس از بین افراد هر گروه، یک نفر را انتخاب می‌کنیم. تعداد حالت‌ها برابر است با: $\binom{۶}{۳} \times \binom{۱۵}{۱}^۳ = ۲۰ \times ۱۵^۳ = ۶۷۵۰۰$

(ریاضی ۲ - ترکیبیات، صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۹۰)

۱۳۹- (سراسری ریاضی - ۸۹)

$$\binom{۵}{۴}\binom{۵}{۴} + \binom{۵}{۵}\binom{۵}{۳} = ۲۵ + ۱۰ = ۳۵$$

(ریاضی ۲ - ترکیبیات، صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۹۰)

۱۴۰- (سراسری ریاضی - ۸۷)

فرد بین a و b به $\binom{۳}{۱}$ حالت انتخاب شده و a و b به $۲!$ حالت جایشان عوض می‌شود. افراد a و b را به همراه نفر بین آن‌ها به عنوان یک فرد در نظر می‌گیریم که با دو نفر دیگر به $۳!$ حالت می‌توانند جایگشت داشته باشند. پس تعداد حالات مورد نظر برابر است با:

$$\binom{۳}{۱} \times ۲! \times ۳! = ۳ \times ۲ \times ۶ = ۳۶$$

(ریاضی ۲ - ترکیبیات، صفحه‌های ۱۸۲ تا ۱۹۰)

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

هندسه ۱

-۱۴۱ (رضا عباسی‌اصل)

بنابه قضیهٔ خطوط موازی و مورب داریم:

$$A\hat{B}C = \hat{C} \Rightarrow A\hat{B}C = ۳۵^\circ \Rightarrow A\hat{B}D = ۲ \times ۳۵^\circ = ۷۰^\circ$$

بنا به قضیهٔ خطوط موازی و مورب همچنین داریم:

$$B\hat{D}E = A\hat{B}D = ۷۰^\circ$$

(هندسه ۱ - هندسه و استدلال: صفحهٔ ۱۰)

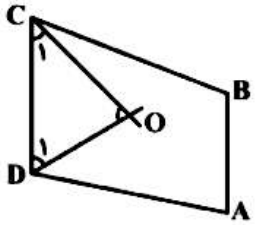
-۱۴۲ (رضا پورحسینی)

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = ۳۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow ۴۰^\circ + ۱۱۰^\circ + \hat{C} + \hat{D} = ۳۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{C} + \hat{D} = ۲۱۰^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\hat{C}}{۲} + \frac{\hat{D}}{۲} = \frac{۲۱۰^\circ}{۲} = ۱۰۵^\circ$$



$$\Rightarrow \hat{C}_۱ + \hat{D}_۱ = ۱۰۵^\circ$$

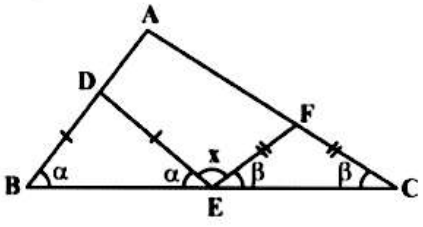
$$\Delta OCD : \hat{O} + \hat{C}_۱ + \hat{D}_۱ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{O} = ۱۸۰^\circ - ۱۰۵^\circ = ۷۵^\circ$$

(هندسه ۱ - هندسه و استدلال: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

-۱۴۳ (رسول محسنی‌منش)

مطابق شکل داریم:

$$\begin{cases} \overset{\Delta}{ABC} : \alpha + \beta + \hat{A} = ۱۸۰^\circ \\ \alpha + \beta + x = ۱۸۰^\circ \end{cases}$$

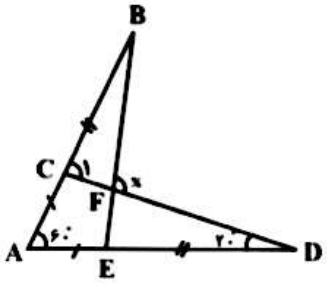


$$\Rightarrow x = \hat{A} = ۸۴^\circ$$

(هندسه ۱ - هندسه و استدلال: صفحه‌های ۱۱ و ۲۲)

-۱۴۴ (شروین سیاح‌نیا)

ابتدا نشان می‌دهیم که مثلث‌های ABE و ADC هم‌نهشت‌اند.



$$\left.\begin{matrix} AE = AC \\ \hat{A} = \hat{A} \\ AB = AD \end{matrix}\right\} \xrightarrow{(ض ز ض)} \overset{\Delta}{ABE} \cong \overset{\Delta}{ADC} \Rightarrow \hat{B} = \hat{D}$$

$\hat{C}_۱ = \hat{A} + \hat{D} = ۶۰^\circ + ۲۰^\circ = ۸۰^\circ$ زاویه خارجی مثلث ACD

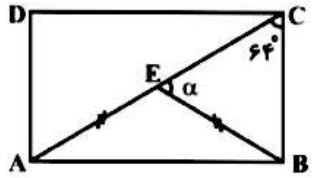
$x = \hat{B} + \hat{C}_۱ = ۲۰^\circ + ۸۰^\circ = ۱۰۰^\circ$ (زاویهٔ خارجی مثلث BCF)

(هندسه ۱ - هندسه و استدلال: صفحه‌های ۱۴، ۱۸ و ۲۵)

-۱۴۵ (رضا عباسی‌اصل)

با توجه به مفروضات مسأله در شکل زیر E نقطهٔ تلاقی قطرهای مستطیل است و

$$EC = AE = EB.$$



حال چون $EC = EB$، پس مثلث ECB متساوی‌الساقین است و در نتیجه:

$$\alpha = ۱۸۰^\circ - ۲ \times ۶۴^\circ = ۵۲^\circ$$

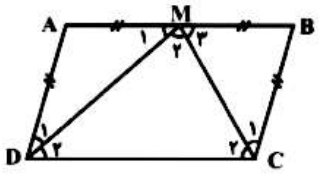
(هندسه ۱ - هندسه و استدلال: صفحه‌های ۱۱ و ۲۲)

-۱۴۶ (رضا پورحسینی)

$$AM = AD \Rightarrow \hat{M}_۱ = \hat{D}_۱$$

قضیهٔ خطوط موازی و مورب $\Rightarrow \hat{M}_۱ = \hat{D}_۲$

$$\Rightarrow \hat{D}_۱ = \hat{D}_۲$$



$\Rightarrow \hat{D}$ نیمساز DM است

به‌دلیل مشابه $\hat{C}$ نیمساز CM است.

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

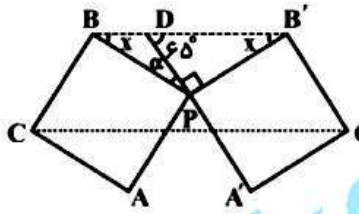
$$\hat{D}+\hat{C}=180^\circ \Rightarrow \frac{\hat{D}}{2}+\frac{\hat{C}}{2}=90^\circ \Rightarrow \hat{D}_2+\hat{C}_2=90^\circ$$

$\Rightarrow \hat{M}_2=90^\circ \Rightarrow$ DMC قائمه است

(هندسه ۱ - هندسه و استدلال: صفحه‌های ۱۰، ۲۲ و ۳۲)

-۱۴۷ (حمید کروسی)

مطابق شکل، پاره‌خط PA' را از سمت P امتداد می‌دهیم تا BB' را در نقطهٔ D قطع کند. داریم:



$$\Delta DPB': x=90^\circ-65^\circ=25^\circ$$

$$\Delta DPB: P\hat{D}B' \Rightarrow 65^\circ=25^\circ+\alpha \Rightarrow \alpha=40^\circ$$ زاویهٔ خارجی است

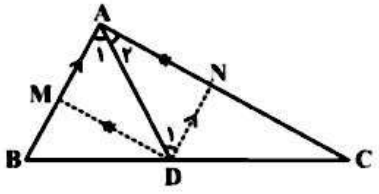
$$A\hat{P}A'+90^\circ+90^\circ+B\hat{P}B'=360^\circ$$

$$\Rightarrow A\hat{P}A'+90^\circ+90^\circ+(90^\circ+40^\circ)=360^\circ \Rightarrow A\hat{P}A'=50^\circ$$

(هندسه ۱ - هندسه و استدلال: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

-۱۴۸ (سیدعادل‌رضا مرتضوی)

چهارضلعی AMDN قطعاً متوازی‌الاضلاع است، زیرا اضلاع مقابل آن موازی‌اند. حال داریم:



$$\left.\begin{matrix}AN\parallel DM\\ \text{خط مورب } AD\end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix}\hat{A}_1=\hat{D}_1\\ \hat{A}_1=\hat{A}_2\end{matrix}\right\} \Rightarrow \hat{A}_2=\hat{D}_1 \xrightarrow{\Delta ADN} AN=DN$$

با توجه به این‌که دو ضلع مجاور این متوازی‌الاضلاع برابر یکدیگرند پس چهارضلعی AMDN لوزی است.

(هندسه ۱ - هندسه و استدلال: صفحه‌های ۱۰، ۳۲ و ۳۳)

-۱۴۹ (محمدطاهر شعاعی)

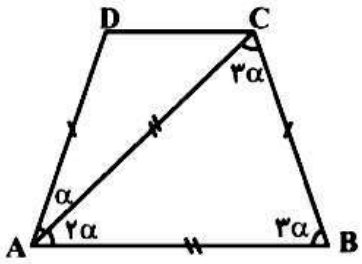
بنابه فرض $AD=BC$ ، $B\hat{A}C=2D\hat{A}C=2\alpha$ ، $AC=AB$.

بنابراین $\hat{B}=\hat{A}=3\alpha$ و چون مثلث ABC متساوی‌الساقین است، پس

$A\hat{C}B=\hat{B}=3\alpha$ و نهایتاً داریم:

$$2\alpha+3\alpha+3\alpha=180^\circ \Rightarrow 8\alpha=180^\circ \Rightarrow \alpha=22/5^\circ$$

$$\hat{A}=\hat{B}=3\alpha=3\times 22/5^\circ=67/5^\circ$$



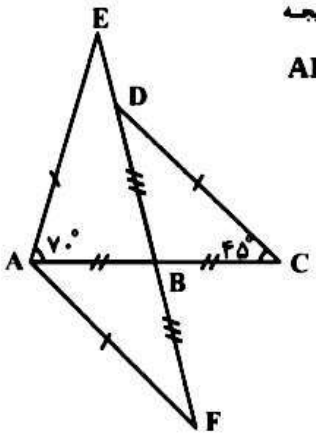
(هندسه ۱ - هندسه و استدلال: صفحه‌های ۱۱ و ۲۲)

-۱۵۰ (محمدطاهر شعاعی)

BD را از سمت B به اندازهٔ خودش تا نقطهٔ F امتداد می‌دهیم، دو مثلث CBD و ABF به حالت (ض ز ض) هم‌نهشت‌اند، پس:

$$B\hat{A}F=\hat{C}=45^\circ \, , AF=CD$$

از طرفی بنا به فرض $AE=CD$، در نتیجه $AE=AF$ و این یعنی مثلث AEF متساوی‌الساقین است و داریم:



$$\hat{E}+\hat{F}+E\hat{A}F=180^\circ$$

$$\Rightarrow 2\hat{E}+70^\circ+45^\circ=180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{E}=\frac{65^\circ}{2}=32/5^\circ$$

(هندسه ۱ - هندسه و استدلال: صفحه‌های ۱۱ تا ۲۲)

@elmeruzkonkoor

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

فیزیک پیش‌دانشگاهی

-۱۵۱ (امین بیات‌بارونی)

از آن‌جایی که معادلهٔ مکان - زمان حرکت یکنواخت روی خط راست $x = vt + x_0$ می‌باشد لذا نمودار $x - t$ آن، یک نمودار خطی و نمودار $v - t$ آن، نمودار ثابت می‌باشد.

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - حرکت‌شناسی، صفحه‌های ۲ تا ۱۷)

-۱۵۲ (غلامرضا محبی)

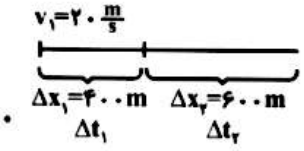
به کمک رابطهٔ محاسبهٔ سرعت متوسط داریم:

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta x_1}{v_1} = \frac{۴۰۰}{۲۰} = ۲۰s$$

$$\Rightarrow \Delta t_2 = ۸۰ - ۲۰ = ۶۰s$$

$$\Rightarrow \Delta x_2 = \bar{v}_2 \Delta t_2 \Rightarrow ۶۰۰ = \bar{v}_2 \times ۶۰$$

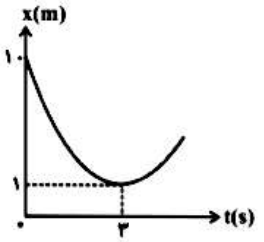
$$\Rightarrow \bar{v}_2 = ۱۰ \frac{m}{s}$$



(فیزیک پیش‌دانشگاهی - حرکت‌شناسی، صفحه‌های ۲ تا ۹)

-۱۵۳ (مصطفی کیانی)

برای به‌دست آوردن مکان متحرک در لحظهٔ $t = ۴s$، ابتدا باید معادلهٔ مکان متحرک را تعیین کنیم. به همین منظور نیاز به x_0، v_0 و a داریم. با توجه به نمودار $x_0 = ۱۰m$، و در لحظهٔ $t = ۳s$ سرعت متحرک صفر (شیب خط مماس بر نمودار در این لحظه صفر است) و مکان آن $x = ۱m$ است. بنابراین با استفاده از رابطهٔ $\Delta x = \frac{v + v_0}{۲} \Delta t$، سرعت اولیه (v_0) را به‌دست می‌آوریم و سپس با استفاده از معادلهٔ سرعت، شتاب (a) را حساب می‌کنیم.



$$\Delta x = \frac{v + v_0}{۲} \Delta t$$

$$\xrightarrow{\Delta x = ۱ - ۱۰ = -۹m,\ \Delta t = ۳ - ۰ = ۳s,\ v = ۰} -۹ = \frac{۰ + v_0}{۲} \times ۳$$

$$\Rightarrow v_0 = -۶ \frac{m}{s}$$

$$v = at + v_0$$

$$\xrightarrow[v_0 = -۶\frac{m}{s}]{v = ۰,\ t = ۳s} ۰ = a \times ۳ - ۶ \Rightarrow a = ۲ \frac{m}{s^2}$$

$$x = \frac{۱}{۲} a t^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow[v_0 = -۶\frac{m}{s}]{a = ۲\frac{m}{s^2},\ x_0 = ۱۰m} x = \frac{۱}{۲} \times ۲t^2 - ۶t + ۱۰$$

$$x = t^2 - ۶t + ۱۰ \xrightarrow{t = ۴s} x = ۱۶ - ۲۴ + ۱۰ \Rightarrow x = ۲m$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - حرکت‌شناسی، صفحه‌های ۲ تا ۱۷)

-۱۵۴ (امین بیات‌بارونی)

ابتدا از معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک مشتق می‌گیریم تا معادلهٔ سرعت ـ زمان آن به‌دست آید:

$$x = ۴t^2 - ۳t^3 \Rightarrow v = \frac{dx}{dt} = ۸t - ۹t^2$$

حال با توجه به تعریف شتاب متوسط بین دو لحظهٔ معین داریم:

$$\begin{cases} t = ۰ \Rightarrow v(۰) = ۸(۰) - ۹(۰)^2 = ۰ \\ t = ۲s \Rightarrow v(۲) = ۸ \times ۲ - ۹ \times ۲^2 = -۲۰ \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(۲) - v(۰)}{۲ - ۰} = \frac{-۲۰ - ۰}{۲ - ۰} \Rightarrow \bar{a} = -۱۰ \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - حرکت‌شناسی، صفحه‌های ۲ تا ۱۷)

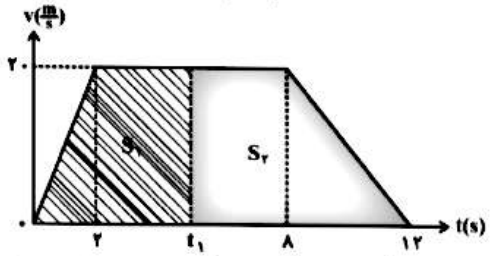
-۱۵۵ (غلامرضا محبی)

اگر t_1 مدت زمان لازم برای پیمودن نیمهٔ اول مسیر و t_2 مدت زمان لازم برای پیمودن نیمهٔ دیگر مسیر باشد، داریم:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow S_1 = S_2 \Rightarrow \frac{(t_1 + t_1 - ۲) \times ۲۰}{۲} = \frac{(۱۲ - t_1 + ۸ - t_1) \times ۲۰}{۲}$$

$$\Rightarrow t_1 = ۵/۵s$$

$$t_2 = ۱۲ - ۵/۵ = ۶/۵s \Rightarrow t_2 - t_1 = ۶/۵ - ۵/۵ = ۱s$$



(فیزیک پیش‌دانشگاهی - حرکت‌شناسی، صفحه‌های ۲ تا ۱۷)

-۱۵۶ (مصطفی کیانی)

ابتدا از معادلهٔ مکان - زمان مشتق می‌گیریم تا معادلهٔ سرعت - زمان به‌دست آید و سپس در معادلهٔ سرعت به جای v مقدار آن‌را قرار می‌دهیم و لحظه‌ای که سرعت به $۲۴ \frac{m}{s}$ می‌رسد را حساب می‌کنیم.

$$x = t^3 - ۳t^2 + ۳ \xrightarrow{v = \frac{dx}{dt}} v = ۳t^2 - ۶t$$

$$\xrightarrow{v = ۲۴\frac{m}{s}} ۲۴ = ۳t^2 - ۶t \Rightarrow (t - ۴)(t + ۲) = ۰$$

$$\Rightarrow t = ۴s \text{ ق.ق}، \quad t = -۲s \text{ غ.ق.ق}$$

اکنون از معادلهٔ سرعت - زمان مشتق می‌گیریم تا معادلهٔ شتاب - زمان به‌دست آید و سپس در معادلهٔ شتاب - زمان به جای t عدد $۴s$ را قرار می دهیم.

$$v = ۳t^2 - ۶t \xrightarrow{a = \frac{dv}{dt}} a = ۶t - ۶$$

$$\xrightarrow{t = ۴s} a = ۶ \times ۴ - ۶ \Rightarrow a = ۱۸ \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - حرکت‌شناسی، صفحه‌های ۲ تا ۱۷)

-۱۵۷ (غلامرضا محبی)

متحرک A، ۶ ثانیه پس از شروع حرکت و متحرک B، دو ثانیه پس از شروع حرکت به یک مکان رسیده‌اند (مکان دو جسم در لحظهٔ به هم رسیدن، x' فرض می‌شود):

$$x_A = x_B \Rightarrow \frac{۱}{۲} a_A t_A^2 + v_{0A} t + x_{0A} = v_B t_B + x_{0B}$$

$$\xrightarrow[x_{0A} = x_{0B},\ t_B = ۲s]{v_{0A} = ۰,\ t_A = ۶s} \frac{۱}{۲} a_A (۶)^2 = \frac{x'}{۲}(۲) \Rightarrow a_A = \frac{x'}{۱۸}$$

برای محاسبهٔ زمان یکسان شدن سرعت‌ها داریم:

$$v_A = v_B \Rightarrow a_A t_A + v_{0A} = v_B \Rightarrow \frac{x'}{۱۸} \times t_A = \frac{x'}{۲} \Rightarrow t_A = ۹s$$

سرعت متحرک A، ۹ ثانیه پس از شروع حرکت آن با سرعت متحرک B برابر می‌شود، ولی متحرک B، ۴ ثانیه دیرتر شروع به حرکت کرده است، بنابراین:

$$t_B = ۹ - ۴ = ۵s$$

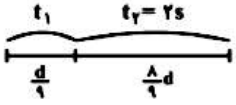
(فیزیک پیش‌دانشگاهی - حرکت‌شناسی، صفحه‌های ۲ تا ۱۷)

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

-۱۵۸ (حسین تاصفی)

باید توجه داشت جابه‌جایی قسمت آخر را نباید با قسمت اول مقایسه کرد زیرا سرعت اولیه مرحله آخر با مرحله اول که $v_0 = 0$ است، برابر نیست، ولی سرعت اولیه برای مرحلهٔ اول و کل مسیر با هم برابر است.



$$\text{قسمت اول}: \Delta x_1 = \frac{1}{2}at_1^2 + v_0 t_1 \Rightarrow \frac{d}{9} = \frac{1}{2}at_1^2 \quad (1)$$

$$\text{کل مسیر}: \Delta x_{\text{کل}} = \frac{1}{2}a(t_1+t_2)^2 + v_0(t_1+t_2)$$

$$\Rightarrow d = \frac{1}{2}a(t_1+t_2)^2 \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{1}{9} = \frac{t_1^2}{(t_1+t_2)^2} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{t_1}{t_1+t_2} \Rightarrow t_1 + t_2 = 3t_1$$

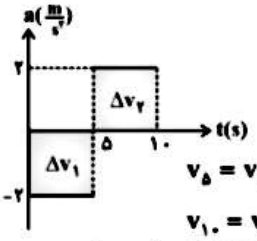
$$\Rightarrow t_2 = 2t_1 \xrightarrow{t_2=2s} t_1 = 1s$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = \frac{1}{2}(4)(1+2)^2 = 18m$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - حرکت‌شناسی، صفحه‌های ۲ تا ۱۷)

-۱۵۹ (مصطفی کیانی)

ابتدا سرعت متحرک را در لحظه‌های ۵s و ۱۰s حساب می‌کنیم با توجه به این‌که سطح زیر نمودار شتاب ـ زمان برابر با تغییرات سرعت (Δv) است، می‌توان نوشت:



$$\Delta v_1 = -2\times 5 = -10\frac{m}{s}$$

$$\Delta v_2 = 2\times 5 = 10\frac{m}{s}$$

$$v_5 = v_0 + \Delta v_1 \xrightarrow{v_0=0} v_5 = 0 - 10 = -10\frac{m}{s}$$

$$v_{10} = v_5 + \Delta v_2 \Rightarrow v_{10} = -10 + 10 = 0$$

اکنون جابه‌جایی در بازهٔ زمانی صفر تا ۵s و ۵s تا ۱۰s را حساب و با هم جمع می‌کنیم. تا جابه‌جایی کل به‌دست آید. چون در هر بازهٔ زمانی شتاب ثابت است، می‌توان نوشت:

$$\Delta x = \frac{v_0+v_5}{2}\times\Delta t_1 + \frac{v_5+v_{10}}{2}\times\Delta t_2$$

$$= \frac{0-10}{2}\times(5-0) + \frac{-10+0}{2}\times(10-5) \Rightarrow \Delta x = -50m$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-50}{10-0} \Rightarrow \bar{v} = -5\frac{m}{s}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - حرکت‌شناسی، صفحه‌های ۲ تا ۱۷)

-۱۶۰ (خسرو ارغوانی‌فرد)

ابتدا سرعت جسم را در مکان $x = 10m$ حساب می‌کنیم، داریم:

$$x = \frac{5}{8}v \Rightarrow 10 = \frac{5}{8}v \Rightarrow v = 16\frac{m}{s}$$

اکنون از طرفین رابطهٔ داده شده نسبت به زمان مشتق می‌گیریم خواهیم داشت:

$$x = \frac{5}{8}v \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{5}{8}\frac{dv}{dt} \Rightarrow v = \frac{5}{8}a$$

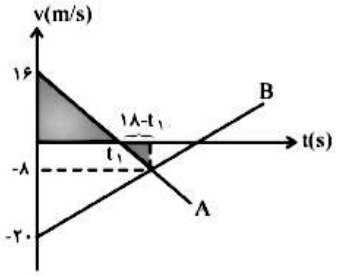
$$\Rightarrow a = \frac{8}{5}v \xrightarrow{v=16\frac{m}{s}} a = \frac{8}{5}\times 16 \Rightarrow a = 25/6\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - حرکت‌شناسی، صفحه‌های ۲ تا ۱۷)

فیزیک پیش‌دانشگاهی ـ آزمون شاهد (گواه)

-۱۶۱ (سراسری ریاضی - ۹۵)

مسئله بزرگی جابه‌جایی متحرک B را در مدتی که متحرک A در جهت محور x حرکت کرده است، می‌خواهد. با توجه به نمودار، این اتفاق در مدت صفر تا t_1 رخ می‌دهد. بنابراین ابتدا t_1 را می‌یابیم. از تشابه دو مثلث هاشورخورده استفاده می‌کنیم و داریم:



$$\frac{16}{8} = \frac{t_1}{18-t_1} \Rightarrow \frac{t_1}{18-t_1} = 2 \Rightarrow 36 - 2t_1 = t_1$$

$$\Rightarrow t_1 = 12s$$

حال کافی است معادلهٔ حرکت متحرک B را بیابیم که شتاب آن معادل شیب خط B است و داریم:

$$a_B = \frac{20-8}{18-0} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}\frac{m}{s^2}$$

$$\Delta x_B = \frac{1}{2}a_B t^2 + v_{0B}t \Rightarrow \Delta x_B = \frac{1}{2}(\frac{2}{3})\times(12)^2 - 20(12)$$

$$= 48 - 240 = -192m \Rightarrow |\Delta x_B| = 192m$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - حرکت‌شناسی، صفحه‌های ۲ تا ۱۷)

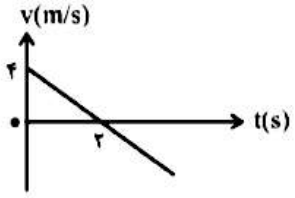
-۱۶۲ (سراسری ریاضی - ۸)

روش اول: با رسم نمودار سرعت - زمان این متحرک داریم:

$$x = -t^2 + 4t + 20 \xrightarrow{v=\frac{dx}{dt}} v = -2t + 4 \Rightarrow$$

t(s)	$v(\frac{m}{s})$
0	4
2	0

با توجه به نمودار، این متحرک در دو ثانیهٔ اول حرکتی کندشونده و پس از آن حرکتی تندشونده دارد.



روش دوم: چون علامت a و v_0 مختلف است و $v_0 > 0$، پس ابتدا حرکت متحرک کندشونده در جهت مثبت محور و پس از توقف تغییر جهت می‌دهد و حرکتش تندشونده در جهت منفی محور می‌شود.

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - حرکت‌شناسی، صفحه‌های ۲ تا ۱۷)

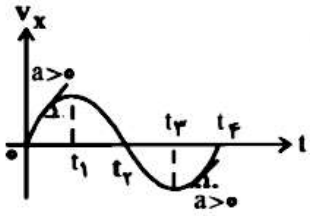
www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

۱۶۳- *(سراسری ریاضی- ۸۶)*

می‌دانیم که شیب خط مماس بر نمودار سرعت- زمان برابر شتاب متحرک است. لذا در بازهٔ زمانی که شیب خط مماس بر نمودار مثبت است، متحرک دارای شتاب مثبت است.

با توجه به نمودار، در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 و t_3 تا t_4 شتاب حرکت مثبت (در سوی مثبت محور x) است.



(فیزیک پیش‌دانشگاهی - حرکت‌شناسی: صفحه‌های ۲ تا ۱۷)

۱۶۴- *(سراسری ریاضی - ۸۹)*

روش اول: در ابتدا با استفاده از رابطهٔ مستقل از شتاب سرعت اولیهٔ v_0 را تعیین می‌کنیم، سپس با استفاده از تعریف، شتاب متوسط را محاسبه می‌کنیم. می‌دانیم که در حرکت با شتاب ثابت، شتاب لحظه‌ای و شتاب متوسط در هر بازهٔ زمانی دلخواه برابرند.

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2}\Delta t \xrightarrow[v=15\frac{m}{s}]{\Delta x=80m,\Delta t=8s} 80 = \frac{15 + v_0}{2} \times 8$$

$$\Rightarrow v_0 = 5\frac{m}{s}$$

$$a = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{15 - 5}{8} = \frac{5}{4}\frac{m}{s^2}$$

روش دوم: در مدت ۸ ثانیه سرعت متحرک از v_0 به $v = 15\frac{m}{s}$ می‌رسد. می‌توان حرکت را با همان شتاب در خلاف جهت با سرعت اولیهٔ V در نظر گرفت:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + vt \xrightarrow[v=15\frac{m}{s}]{\Delta x=80m,\Delta t=8s}$$

$$80 = \frac{1}{2}a \times 8^2 + 15 \times 8 \Rightarrow a = \frac{-5}{4}\frac{m}{s^2} \Rightarrow |a| = \frac{5}{4}\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - حرکت‌شناسی: صفحه‌های ۲ تا ۱۷)

۱۶۵- *(سراسری خارج از کشور تجربی - ۸۷)*

با استفاده از مساحت محصور بین نمودار سرعت و محور زمان که برابر جابه‌جایی متحرک است، می‌توان نوشت:

$$S_1 = \Delta x_1 = \frac{30 \times 6}{2} = 90m$$

$$S_2 = \Delta x_2 = \frac{-20 \times 4}{2} = -40m$$

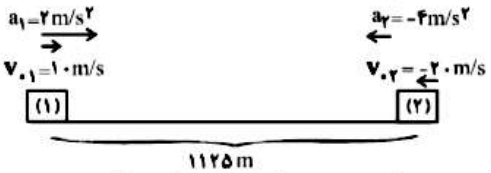
پس فاصلهٔ دو متحرک به اندازهٔ $90 - (-40) = 130m$ کم شده است و فاصلهٔ آن‌ها از یکدیگر برابر است با:

$$200 - 130 = 70m$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - حرکت‌شناسی: صفحه‌های ۲ تا ۱۷)

۱۶۶- *(سراسری تجربی - ۸۲)*

روش اول: در این‌جا داریم:



(توجه کنید که چون حرکت هر دو متحرک تندشونده است، شتاب و سرعت هر کدام هم‌سو هستند.) اگر متحرک (۱) را در این لحظه در مبدأ مکان فرض کنیم با توجه به حرکت شتاب‌دار آن‌ها داریم:

$$x_1 = \frac{1}{2}a_1t^2 + v_{0_1}t + x_{0_1} \xrightarrow[x_{0_1}=0]{a_1=2\frac{m}{s^2},v_{0_1}=10\frac{m}{s}}$$

$$x_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times t^2 + 10t + 0 \rightarrow x_1 = t^2 + 10t$$

$$x_2 = \frac{1}{2}a_2t^2 + v_{0_2}t + x_{0_2} \xrightarrow[x_{0_2}=1125m]{a_2=-4\frac{m}{s^2},v_{0_2}=-20\frac{m}{s}}$$

$$x_2 = \frac{1}{2} \times (-4) \times t^2 - 20 \times t + 1125$$

$$x_2 = -2t^2 - 20t + 1125$$

در لحظهٔ به هم رسیدن $x_1 = x_2$ است:

$$x_1 = x_2 \xrightarrow[x_2=-2t^2-20t+1125]{x_1=t^2+10t} t^2 + 10t = -2t^2 - 20t + 1125$$

$$\Rightarrow 3t^2 + 30t - 1125 = 0 \Rightarrow t = 15s$$

روش دوم: معادلهٔ جابه‌جایی زمان یک متحرک نسبت به دیگری را می‌نویسیم (اگر متحرک (۲) را ساکن فرض کنیم، متحرک (۱) باید نسبت به آن $1125m$ جابه‌جا شود.)

$$\Delta x = \frac{1}{2}(a_1 + a_2)t^2 + (v_0 + v'_0)t$$

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

$$\Rightarrow 1125 = \frac{1}{2}(2+4)t^2 + (10+20)t \Rightarrow$$

$$t^2 + 10t - 375 = 0 \Rightarrow (t-15)(t+25) = 0 \Rightarrow t = 15s$$

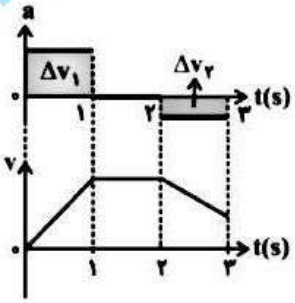
(فیزیک پیش‌دانشگاهی - حرکت‌شناسی: صفحه‌های ۲ تا ۱۷)

-۱۶۷ (سراسری تجربی- ۷۱)

قبل از هر چیزی، با توجه به گزینه‌ها $v_0 = 0$ فرض شده است. از طرفی می‌دانیم که سطح زیر نمودار شتاب- زمان برابر تغییرات سرعت متحرک است. با کمی دقت در نمودار شتاب- زمان داده شده می‌توان دریافت که اگر تغییر سرعت متحرک در ثانیهٔ اول، Δv_1 نامیده شود، $\Delta v_1 > 0$ بوده و اگر تغییر سرعت در ثانیهٔ سوم Δv_2 نامیده شود، $\Delta v_2 < 0$ بوده (سرعت کاهش می‌یابد) و با توجه به سطح زیر نمودار $|\Delta v_2| > |\Delta v_1|$ است.

حال به راحتی می‌توان نمودار سرعت - زمان را به صورت زیر از روی نمودار شتاب - زمان داده شده رسم کرد.

از آن‌جایی که $v_0 = 0$ فرض شده،



۱- در ثانیهٔ اول شتاب ثابت و مثبت است، یعنی شیب نمودار $v-t$ مقداری ثابت و مثبت است.

۲- در ثانیهٔ دوم شتاب صفر است یعنی سرعت ثابت و در این مدت نمودار $v-t$ خطی موازی محور t است.

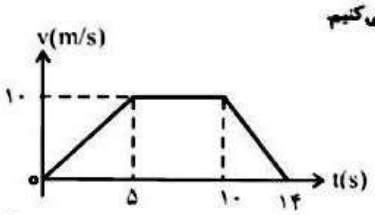
۳- در ثانیهٔ سوم شتاب ثابت و منفی است، یعنی نمودار $v-t$ در این مدت خطی با شیب منفی کمتر و ثابت است.

لذا نمودار در این مرحله به محور t نمی‌رسد.

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - حرکت‌شناسی: صفحه‌های ۲ تا ۱۷)

-۱۶۸ (سراسری تجربی - ۹۲)

در ابتدا معادلهٔ سرعت متحرک را در ۵ ثانیهٔ اول و نیز بین دو لحظهٔ $t = 10s$ و $t = 14s$ می‌نویسیم سپس با قرار دادن دو لحظهٔ $t = 2s$ و $t = 12s$ در این معادله‌ها، سرعت متحرک را در این دو لحظه می‌یابیم و در نهایت با استفاده از رابطهٔ تعیین شتاب متوسط، آن را محاسبه می‌کنیم.



در ۵ ثانیهٔ اول داریم:

$$\begin{cases} a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10}{5} = 2\frac{m}{s^2} \Rightarrow v = 2t \xrightarrow{t=2s} v_1 = 4\frac{m}{s} \\ v_0 = 0 \end{cases}$$

بین دو لحظهٔ $t = 10s$ و $t = 14s$ داریم:

$$\begin{cases} a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-10}{4} = -2/5\frac{m}{s^2} \\ v_0 = 10\frac{m}{s} \end{cases}$$

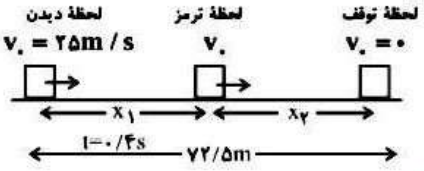
$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -2/5t + 10 \xrightarrow{t=2s} v_2 = 5\frac{m}{s}$$

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{5-4}{12-2} \Rightarrow \bar{a} = \frac{1}{10}\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - حرکت‌شناسی: صفحه‌های ۲ تا ۱۷)

-۱۶۹ (سراسری خارج از کشور تجربی - ۸۶)

هنگامی که راننده با مانع مواجه می‌شود در طی زمان تأخیر در واکنش، اتومبیل با همان سرعت ثابت حرکت می‌کند و از لحظهٔ ترمز حرکتش کندشونده می‌شود. حال کل این مسافت را می‌یابیم:



مسافت طی شده در زمان واکنش: $x_1 = vt \xrightarrow{v=90\times\frac{1}{3/6}=25\frac{m}{s},\ t=0/4s}$

$$x_1 = 25 \times 0/4 = 10m$$

مسافت توقف: $x_2 = \frac{v_0^2}{2a} = \frac{25^2}{2\times 5} = \frac{625}{10} = 62/5\ m$

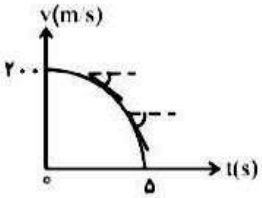
کل مسافت $= 10 + 62/5 = 72/5\ m$

ملاحظه می‌شود در لحظهٔ توقف، فاصلهٔ ماشین تا مانع برابر با $7/5m$ است.

$$80 - 72/5 = 7/5m$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - حرکت‌شناسی: صفحه‌های ۲ تا ۱۷)

-۱۷۰ (سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۱)



$$v = 200 - 8t^2$$

$$v = 0 \Rightarrow t = 5s$$

$$\frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow t = 0$$

با توجه به نمودار می‌توان دریافت که قدر مطلق شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ یعنی، بزرگی شتاب در حال افزایش است و متحرک از ۰ تا ۵ ثانیه حرکت کندشونده دارد. در لحظهٔ $t = 5s$ متحرک تغییر جهت می‌دهد و همان‌طوری که در گزینهٔ «۴» نیز آمده، متحرک در ۵ ثانیهٔ اول در جهت محور حرکت کرده $(v > 0)$ و بعد از آن در خلاف جهت محور حرکت می‌کند $(v < 0)$.

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - حرکت‌شناسی: صفحه‌های ۲ تا ۱۷)

@elmeruzkonkor

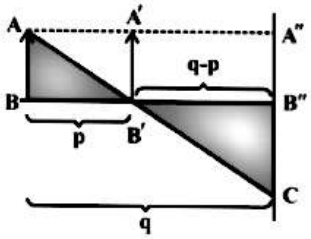
www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

فیزیک ۱

-۱۷۱ (محسن پیکان)

با توجه به شکل، دو مثلث $\overset{\Delta}{ABB'}$ و $\overset{\Delta}{B'B''C}$ متشابه‌اند و داریم:



$$\frac{\overline{B''C}}{\overline{AB}} = \frac{q-p}{p}$$

مشاهده می‌شود پهنای نیم‌سایه به‌طول جسم کدر $(\overline{A'B'})$ بستگی ندارد، بلکه تابع طول منبع $(\overline{AB})$ و فاصلهٔ جسم کدر از منبع (p) و فاصلهٔ پرده از جسم کدر $(q-p)$ می‌باشد که در هر دو جسم A و B یکسان است.

(فیزیک ۱ - نور و بازتاب نور، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰)

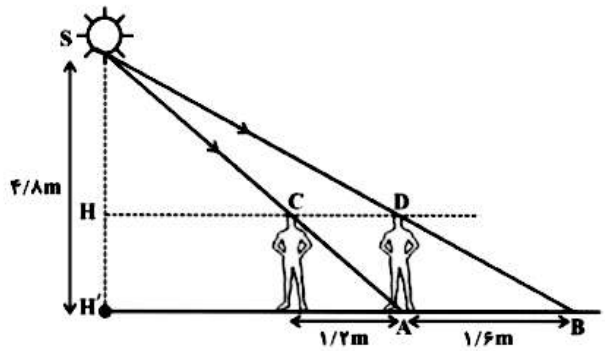
-۱۷۲ (مصطفی کیانی)

چون سرعت شخص $۱/۲\frac{m}{s}$ است، یعنی در مدت $1s$ به اندازهٔ $۱/۲m$ جابه‌جا می‌شود. با توجه به شکل زیر باید فاصلهٔ CD برابر $۱/۲m$ باشد. از طرف دیگر با جابه‌جایی شخص در مدت $1s$، سایهٔ سر شخص از نقطهٔ A به نقطهٔ B می‌رود. بنابراین چون سرعت پیش روی سایهٔ سر شخص $۱/۶\frac{m}{s}$ است، باید فاصلهٔ AB برابر $۱/۶m$ باشد. لذا با استفاده از تشابه مثلث‌های $\overset{\Delta}{SAB}$ و $\overset{\Delta}{SCD}$ می‌توان طول قد شخص را به‌دست آورد.

$$\frac{\overline{CD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{SH}}{\overline{SH'}} \xrightarrow[\overline{CD}=۱/۲m\ ,\ \overline{AB}=۱/۶m]{\overline{SH}=۴/۸-\overline{HH'}} \frac{۱/۲}{۱/۶} = \frac{۴/۸-\overline{HH'}}{۴/۸}$$

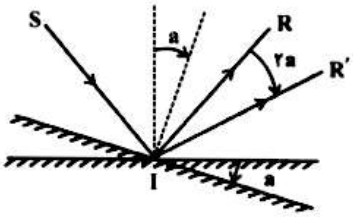
$$\Rightarrow \frac{۱/۲}{۱} = \frac{۴/۸-\overline{HH'}}{۳} \Rightarrow ۳/۶ = ۴/۸ - \overline{HH'} \Rightarrow \overline{HH'} = ۱/۲m$$

طول قد شخص برابر $\overline{HH'}$ است که در این‌جا برابر $۱/۲m$ می‌باشد.

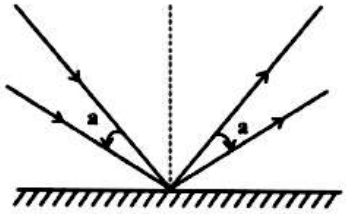


(فیزیک ۱ - نور و بازتاب نور، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰)

-۱۷۳ (سیدامیر نیکوبین نهالی)



در اثر دوران آینه هم زمان هم خط عمود دوران می‌کند و هم زاویه تابش افزایش می‌یابد. در نتیجه اثر دوران سطح به‌صورت ۲ برابر بر روی جابه‌جایی پرتوی بازتاب نسبت به حالت اول اعمال می‌شود. یعنی در اثر دوران ۱۰ درجه‌ای سطح، پرتوی بازتاب ۲۰ درجه نسبت به حالت اول جابه‌جا می‌شود.

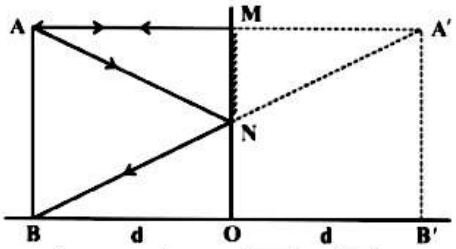


در اثر افزایش ۲۰ درجه‌ای زاویه تابش، زاویه بازتاب نیز ۲۰ درجه افزایش می‌یابد. در مجموع پرتوی بازتاب ۴۰ درجه نسبت به حالت اول جابه‌جا خواهد شد.

(فیزیک ۱ - نور و بازتاب نور، صفحه‌های ۸۱ تا ۸۳)

-۱۷۴ (فرشید رسولی)

اگر طول آینه نصف قد شخص باشد و فاصلهٔ نصب آن از کف اتاق نصف فاصلهٔ چشم شخص تا پایش باشد، شخص در هر فاصله‌ای می‌تواند تصویر خود را در آینه مشاهده کند.



$$\text{تشابه مثلث‌ها: } \overset{\Delta}{A'AB} \text{ , } \overset{\Delta}{A'MN} \Rightarrow \frac{\overline{AA'}}{\overline{MA'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{MN}} \Rightarrow \frac{۲d}{d} = \frac{\overline{AB}}{\overline{MN}}$$

$$\Rightarrow \overline{MN} = \frac{۱}{۲}\overline{AB} \quad \text{طول آینه نصف قد شخص}$$

$$\overline{NO} = \frac{۱}{۲}\overline{AB} \quad \text{فاصلهٔ آینه از کف اتاق نصف قد شخص}$$

(فیزیک ۱ - نور و بازتاب نور، صفحه‌های ۸۳ تا ۸۵)

-۱۷۵ (روح‌اله علی‌پور)

در آینه‌های محدب، همواره تصویری مجازی و کوچک‌تر از جسم تشکیل می‌شود. داریم:

$$m = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{q}{p} \Rightarrow \frac{۳}{۴} = \frac{q}{p} \Rightarrow q = \frac{۳}{۴}p$$

$$q + p = ۵ \Rightarrow \frac{۳}{۴}p + p = ۵ \Rightarrow p = \frac{۲۰}{۷}cm \text{ , } q = \frac{۱۵}{۷}cm$$

$$\frac{۱}{p} - \frac{۱}{q} = -\frac{۲}{R} \Rightarrow \frac{۱}{\frac{۲۰}{۷}} - \frac{۱}{\frac{۱۵}{۷}} = -\frac{۲}{r} \Rightarrow r = \frac{۱۲۰}{۷}cm$$

بنابراین فاصلهٔ جسم تا مرکز آینه برابر است با:

$$d' = p + r = \frac{۲۰}{۷} + \frac{۱۲۰}{۷} = ۲۰cm$$

(فیزیک ۱ - نور و بازتاب نور، صفحه‌های ۸۵ تا ۱۰۰)

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

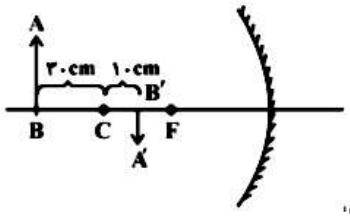
-۱۷۶ *(فاروق مهرانی)*

چون تصویر وارونه است، بنابراین حقیقی می‌باشد و آینه از نوع مقعر است. داریم:

$p = ۳۰ + ۲f$

$q = ۲f - ۱۰$

$f = ?$



روش اول:

$$\frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} \Rightarrow \frac{۱}{f} = \frac{۱}{۳۰+۲f} + \frac{۱}{۲f-۱۰}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{f} = \frac{۲f-۱۰+۳۰+۲f}{(۳۰+۲f)(۲f-۱۰)} \Rightarrow ۴f^۲ + ۲۰f = ۴f^۲ + ۴۰f - ۳۰۰$$

$$\Rightarrow ۲۰f = ۳۰۰ \Rightarrow f = ۱۵cm$$

روش دوم، استفاده از رابطهٔ نیوتون $f^۲ = aa'$

فاصلهٔ جسم تا کانون : $a = ۳۰ + f$

فاصلهٔ تصویر تا کانون : $a' = f - ۱۰$

$$f^۲ = aa' \Rightarrow f^۲ = (۳۰+f)(f-۱۰) \Rightarrow f^۲ = ۲۰f + f^۲ - ۳۰۰$$

$$\Rightarrow ۲۰f = ۳۰۰ \Rightarrow f = ۱۵cm$$

(فیزیک ۱ - نور و بازتاب نور، صفحه‌های ۸۵ تا ۱۰۰)

-۱۷۷ *(مهدی میرآب‌زاده)*

چون بزرگ‌نمایی آینهٔ کروی بزرگ‌تر از یک است در نتیجه آینه مقعر است و وقتی جسم به آینه نزدیک می‌شود و بزرگنمایی تغییر نمی‌کند یعنی تصویر در این حالت مجازی است. بنابراین:

$$\frac{q}{p} = ۳ \Rightarrow q = ۳p$$

$$q' = ۳p'$$

$$p' = p - ۵$$

$$q' = ۳(p-۵)$$

$$\frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} = \frac{۱}{p'} - \frac{۱}{q'} \Rightarrow \frac{۱}{p} + \frac{۱}{۳p} = \frac{۱}{p-۵} - \frac{۱}{۳(p-۵)}$$

$$\Rightarrow p = ۱۰cm \ , \ q = ۳۰cm$$

$$\frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} = \frac{۱}{f} \Rightarrow \frac{۱}{۱۰} + \frac{۱}{۳۰} = \frac{۱}{f} \Rightarrow \frac{۴}{۳۰} = \frac{۱}{f} \Rightarrow f = ۷/۵cm$$

(فیزیک ۱ - نور و بازتاب نور، صفحه‌های ۸۵ تا ۱۰۰)

-۱۷۸ *(سعید گودرزی)*

روش اول: چون با تغییر مکان جسم در مقابل آینهٔ کاو یا مقعر، بزرگ‌نمایی تغییر نکرده است، بنابراین تصویر در ابتدا که به‌صورت مستقیم است، مجازی و در حالت دوم با دور کردن جسم از آینه، تصویری حقیقی است. داریم:

$$m_۱ = \frac{A'B'}{AB} = \frac{q_۱}{p_۱} \Rightarrow ۱۰ = \frac{q_۱}{p_۱} \Rightarrow q_۱ = ۱۰p_۱$$

$$\frac{۱}{p_۱} - \frac{۱}{q_۱} = \frac{۱}{f} \Rightarrow \frac{۱}{p_۱} - \frac{۱}{۱۰p_۱} = \frac{۱}{f} \Rightarrow p_۱ = \frac{۹}{۱۰}f$$

$$m_۲ = \frac{A''B''}{AB} = \frac{q_۲}{p_۲} \Rightarrow ۱۰ = \frac{q_۲}{p_۲} \Rightarrow q_۲ = ۱۰p_۲$$

$$\frac{۱}{p_۲} + \frac{۱}{q_۲} = \frac{۱}{f} \Rightarrow \frac{۱}{p_۲} + \frac{۱}{۱۰p_۲} = \frac{۱}{f} \Rightarrow p_۲ = \frac{۱۱}{۱۰}f$$

جابه‌جایی جسم برابر با است با:

$$\Delta p = p_۲ - p_۱ = \frac{۱۱}{۱۰}f - \frac{۹}{۱۰}f = \frac{۲}{۱۰}f$$

$$\xrightarrow{r=۲f} \Delta p = \frac{۲}{۱۰} = \frac{۶۰}{۱۰} = ۶cm$$

پس جسم $۶cm$ از آینه دور شده و به مرکز آن نزدیک می‌شود.

روش دوم:

$$\Delta p = f\left(\frac{۱}{m_۲} \pm \frac{۱}{m_۱}\right) \Rightarrow \Delta p = ۳۰\left(\frac{۱}{۱۰} + \frac{۱}{۱۰}\right) = ۳۰\left(\frac{۱}{۵}\right)$$

$$\Rightarrow \Delta p = +۶cm$$

(فیزیک ۱ - نور و بازتاب نور، صفحه‌های ۸۵ تا ۱۰۰)

-۱۷۹ *(مصطفی کیانی)*

چون طول تصویر مجازی بزرگ‌تر از طول جسم است، نوع آینه مقعر است، زیرا آینهٔ محدب تصویر بزرگ‌تر از جسم تشکیل نمی‌دهد. از طرف دیگر با توجه به شکل، $p = ۲۰cm$ و چون تصویر طرف دیگر آینه تشکیل شده است، نوع تصویر مجازی است. بنابراین $q = -۳۰cm$ است. لذا با استفاده از رابطهٔ $f = \frac{pq}{p+q}$ می‌توان نوشت:

$$f = \frac{pq}{p+q} \xrightarrow[q=-۳۰cm]{p=۲۰cm} f = \frac{۲۰\times(-۳۰)}{۲۰-۳۰} \Rightarrow f = ۶۰cm$$

(فیزیک ۱ - نور و بازتاب نور، صفحه‌های ۸۵ تا ۱۰۰)

-۱۸۰ *(محمدجعفر مفتاح)*

در آینه‌ها، همواره جسم و تصویر در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند، از آن‌جا که در آینهٔ محدب، همواره تصویر، کوچک‌تر از جسم است، سرعتش نیز کم‌تر از سرعت جسم خواهد بود.

(فیزیک ۱ - نور و بازتاب نور، صفحه‌های ۸۵ تا ۱۰۰)

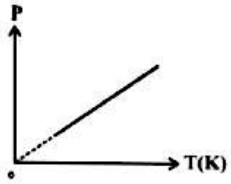
www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

فیزیک ۳

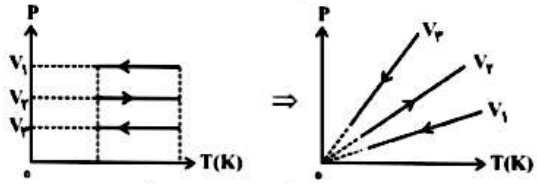
-۱۸۱ (فرشید رسولی)

به‌طور کلی نمودار $P-T$ گاز کامل در حجم ثابت مطابق شکل مقابل است که شیب آن با حجم گاز نسبت وارون دارد، یعنی:



$$\text{شیب خط} = \frac{nR}{V}$$

با توجه به این‌که $V_1 > V_2 > V_3$ است، باید شیب خط مربوط به حجم V_3 بیش‌ترین و شیب خط مربوط به حجم V_1 کم‌ترین مقدار را داشته باشد. بنابراین نمودار $P-T$ آن به‌صورت زیر رسم می‌شود.



(فیزیک ۳ - ترمودینامیک، صفحه‌های ۲ تا ۸)

-۱۸۲ (غلامرضا محبی)

درصورتی که W کار محیط روی گاز کامل باشد، کاری که گاز روی محیط انجام می‌دهد برابر با $-W$ است که $-۵۰۰J$ می‌باشد بنابراین داریم:

$$Q = nC_P\Delta T = nC_P(T_2 - T_1) = nC_P(\frac{P_2V_2}{nR} - \frac{P_1V_1}{nR})$$

$$\Rightarrow Q = \frac{C_P}{R}P\Delta V \xrightarrow{P\Delta V = -W}$$

$$\Rightarrow Q = -(\frac{C_P}{R})W = -(\frac{\frac{5}{2}R}{R})\times(500) = -1250J$$

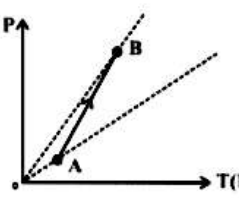
طبق قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U = Q + W = -1250 + 500 = -750J$$

(فیزیک ۳ - ترمودینامیک، صفحه‌های ۲ تا ۱۳)

-۱۸۳ (محسن پیکان)

در این فرایند چون امتداد نمودار از مبدأ نمی‌گذرد نمی‌توان آن‌را فرایندی هم‌حجم نامید. اگر فرایندهای هم‌حجم که از نقاط A و B عبور می‌کند را رسم کنیم، مشاهده خواهیم کرد که چون شیب در نقطهٔ A کم‌تر از نقطهٔ B است، حجم آن بیشتر است.



$$(\text{شیب})_A < (\text{شیب})_B \Rightarrow \frac{nR}{V_A} < \frac{nR}{V_B}$$

$$\Rightarrow V_A > V_B$$

در نتیجه از حالت A تا حالت B، حجم گاز کاهش یافته است.

(فیزیک ۳ - ترمودینامیک، صفحه‌های ۲ تا ۱۳)

-۱۸۴ (امیرحسین برادران)

با حرارت دادن به سیلندر، پیستون به آرامی جابه‌جا شده و به سمت بالا حرکت می‌کند تا به انتهای سیلندر برسد. چون فشار داخل برابر با مجموع فشار ناشی از وزن پیستون و فشار هوای بالای پیستون می‌باشد. تا قبل از برخورد پیستون با مانع، گاز یک فرایند هم‌فشار را طی می‌کند که طی آن دما و حجم گاز افزایش می‌یابد. پس از رسیدن پیستون به مانع، حجم گاز داخل سیلندر ثابت می‌ماند و با حرارت دادن گاز فرایندی هم‌حجم را طی می‌کند که طی آن دما و فشار گاز افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۳ - ترمودینامیک، صفحه‌های ۲ تا ۱۳)

-۱۸۵ (مصطفی کیانی)

ابتدا با استفاده از رابطهٔ کار در فرایند بی‌دررو، P_AV_A را به‌دست می‌آوریم. دقت کنید چون $V_B > V_A$ است، $W_{AB} < 0$ می‌باشد

$$W_{AB} = \frac{C_V}{R}(P_BV_B - P_AV_A)$$

$$\xrightarrow{P_B = 2\times10^5 Pa,\ V_B = 12\times10^{-3}m^3 \atop W_{AB} = -2000J,\ C_V = \frac{5}{2}R}$$

$$-2000 = \frac{\frac{5}{2}R}{R}\times(2\times10^5\times12\times10^{-3} - P_AV_A)$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2}P_AV_A = 8000 \Rightarrow P_AV_A = \frac{2}{5}\times8000 = 3200J$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ $PV = nRT$، دما را در حالت A حساب می‌کنیم

$$T_A = \frac{P_AV_A}{nR} \xrightarrow[n=2mol]{P_AV_A=3200J} T_A = \frac{3200}{2\times8} \Rightarrow T_A = 200K$$

(فیزیک ۳ - ترمودینامیک، صفحه‌های ۲ تا ۱۹)

-۱۸۶ (ناصر خوارزمی)

نمودار $V-T$ نشان می‌دهد که گاز در فرایند AB، فرایندی هم‌فشار و در فرایند BC، فرایندی هم‌حجم را طی کرده است. بنابراین اگر از رابطه گازهای کامل، حجم آن در حالت C محاسبه شود، همان حجم گاز در حالت B خواهد بود. داریم:

$$\frac{P_CV_C}{T_C} = nR \xrightarrow[R=8J/mol.K,\ n=2mol]{P_C=10atm,\ T_C=500K} \frac{10\times10^5\times V_C}{500} = 2\times8$$

$$\Rightarrow V_C = 8\times10^{-3}m^3 = 8lit$$

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

در فرایند هم‌فشار AB نیز می‌توان نوشت:

$$\frac{V_B}{T_B}=\frac{V_A}{T_A}\xrightarrow[T_A=50K\ ,\ V_A=2lit]{V_B=V_C=4lit}\frac{4}{T_B}=\frac{2}{50}\Rightarrow T_B=200K$$

(فیزیک ۳ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۲ تا ۱۳)

۱۸۷- (کاظم شاهملکی)

در فرایند هم‌حجم، فشار و دمای مطلق گاز با هم متناسب هستند. بنابراین اگر فشار گاز افزایش یابد، حتماً دما و انرژی درونی گاز افزایش می‌یابد. (رد گزینهٔ «۱»)

در فرایند هم‌دما، با انبساط گاز مقداری گرما از محیط گرفته می‌شود ولی دما هم‌چنان ثابت است. (رد گزینهٔ «۳»)

در تراکم بی‌دررو از آن‌جا که گرما مبادله نمی‌شود، انرژی درونی گاز افزایش می‌یابد. (رد گزینهٔ «۴»)

(فیزیک ۳ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۲ تا ۱۹)

۱۸۸- (کاظم شاهملکی)

تغییر انرژی درونی گاز کامل به نوع فرایند بستگی ندارد و فقط به دمای مطلق گاز در حالت‌های ابتدایی و نهایی بستگی دارد.

$$\Delta U=nC_V\Delta T=\frac{3}{2}nR\Delta T=\frac{3}{2}(P_2V_2-P_1V_1)$$

$$\Rightarrow \Delta U_{ABC}=\frac{3}{2}(P_CV_C-P_AV_A)$$

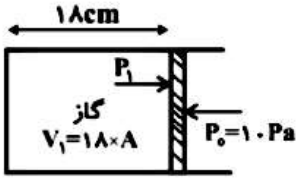
$$=\frac{3}{2}(7\times5-2\times2/5)\times10^5\times10^{-2}$$

$$\Rightarrow \Delta U_{ABC}=\frac{3}{2}(35-5)\times10^2=4500J$$

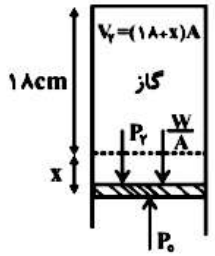
(فیزیک ۳ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۲ تا ۱۹)

۱۸۹- (مصطفی کیانی)

در حالت اول حجم گاز $V_1=18\times A$ و فشار آن $P_1=P_0=10^5Pa$ است.



در حالت دوم حجم گاز $V_2=(18+x)\times A$ و فشار آن $P_2=P_0-\frac{W}{A}$ است. دقت کنید چون پیستون وزن دارد، فشار آن $(\frac{W}{A})$ با فشار گاز درون مخزن جمع می‌شود.



چون دما ثابت است، می‌توان نوشت:

$$P_1V_1=P_2V_2\Rightarrow P_0\times18\times A=(P_0-\frac{W}{A})\times(18+x)\times A$$

$$\Rightarrow 18P_0=(P_0-\frac{W}{A})\times(18+x)$$

$$\xrightarrow[A=5\times10^{-4}m^2]{P_0=10^5Pa\ ,\ W=5N}18\times10^5=(10^5-\frac{5}{5\times10^{-4}})\times(18+x)$$

$$\Rightarrow 18\times10^5=9\times10^4\times(18+x)\Rightarrow 20=18+x\Rightarrow x=2cm$$

(فیزیک ۳ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۲ تا ۱۹)

۱۹۰- (مصطفی کیانی)

ابتدا گرمای مبادله شده در فرایند هم‌حجم AB را حساب می‌کنیم.

$$Q_{AB}=\frac{C_V}{R}V_{AB}(P_B-P_A)$$

$$\xrightarrow[P_B=4\times10^5Pa\ ,\ P_A=2\times10^5Pa]{V_{AB}=10\times10^{-3}m^3\ ,\ C_V=\frac{3}{2}R}Q_{AB}=\frac{3}{2}\times10\times10^{-3}\times(4-2)\times10^5$$

$$\Rightarrow Q_{AB}=3000J$$

از طرف دیگر می‌دانیم در فرایند هم‌دما $\Delta U=0$، در فرایند هم‌حجم $W=0$ و در فرایند بی‌دررو $Q=0$ است. بنابراین با توجه به این‌که در چرخه $\Delta U=0$ است، می‌توان نوشت:

$$\Delta U_{\text{چرخه}}=\Delta U_{BC}+\Delta U_{CA}+\Delta U_{AB}$$

$$\xrightarrow[\Delta U=Q+W]{\Delta U_{\text{چرخه}}=0\ ,\ \Delta U_{CA}=0}0=W_{BC}+Q_{BC}+0+W_{AB}+Q_{AB}$$

$$\xrightarrow[Q_{AB}=3000J]{W_{AB}=0\ ,\ Q_{BC}=0}0=W_{BC}+0+0+3000\Rightarrow W_{BC}=-3000J$$

در محاسبه‌های فوق، کار محیط بر روی گاز را به‌دست آوردیم چون کار گاز بر روی محیط قرینه کار محیط بر روی گاز است، در نتیجه کار گاز بر روی محیط $W'=+3000J$ است.

(فیزیک ۳ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۲ تا ۱۹)

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

شیمی پیش‌دانشگاهی

۱۹۱- *(رضا جعفری فیروزآبادی)*

$$\text{mol A}_{\text{مصرف شده}} = 5\text{mol B} \times \frac{1\text{mol A}}{2\text{mol B}} = 2/5\text{mol A}$$

$$\text{mol A}_{\text{اولیه}} = 2/5 + 1/5 = 4\text{mol A}$$

$$\text{mol C}_{\text{تولیدی}} = 2/5\text{mol A} \times \frac{3\text{mol C}}{1\text{mol A}} = 7/5\text{mol C}$$

$$\Delta[C] = \frac{7/5\text{mol}}{5\text{L}} = 1/5\text{mol.L}^{-1}$$

$$\bar{R}_C = \frac{\Delta[C]}{\Delta t} = \frac{1/5\text{mol.L}^{-1}}{15\text{s}} = 0/1\text{mol.L}^{-1}\text{.s}^{-1}$$

$$\bar{R}_C = 0/1 \times 60 = 6\text{mol.L}^{-1}\text{.min}^{-1}$$

$$\bar{R}_C = \frac{7/5\text{mol}}{15\text{s}} = 0/5\text{mol.s}^{-1}$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_C}{3} \simeq 0/17\text{mol.s}^{-1}$$

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۳ تا ۹)

۱۹۲- *(امیرحسین معروفی)*

در قانون سرعت، سرعت آغازی (R) هم‌ارز با سرعت لحظه‌ای واکنش است.

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۳ تا ۱۳)

۱۹۳- *(موسی خیاط‌علیمعمدی)*

$$Zn(s) + CuSO_4(aq) \rightarrow ZnSO_4(aq) + Cu(s)$$

$$\Delta t = 1200\text{s} \times \frac{1\text{min}}{60\text{s}} = 20\text{min}$$

$$?\,\text{mol CuSO}_4 = 3/24\text{g CuSO}_4 \times \frac{1\text{mol CuSO}_4}{160\text{g CuSO}_4} \simeq 0/02\text{mol CuSO}_4$$

$$\bar{R}_{CuSO_4} = \frac{0/02\text{mol}}{20\text{min}} = 0/001\text{mol.min}^{-1}$$

$$\frac{\bar{R}_{CuSO_4}}{1} = \frac{\bar{R}_{Zn^{2+}}}{1} \Rightarrow \bar{R}_{Zn^{2+}} = 0/001\text{mol.min}^{-1}$$

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۳ تا ۱۳)

۱۹۴- *(هامد پویان‌نظر)*

$$CaCO_3(s) + 2HCl(aq) \rightarrow CaCl_2(aq) + CO_2(g) + H_2O(l)$$

$$\begin{cases} \bar{R}_{CaCO_3} = -\dfrac{\Delta n}{\Delta t} \\ \Delta n = \dfrac{\Delta m}{M} = \dfrac{60 - 210}{100} = -1/5\text{mol} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \bar{R}_{CaCO_3} = -\frac{-1/5}{30} = 0/05\text{mol.s}^{-1}$$

زمانی‌که واکنش به پایان می‌رسد مول $CaCO_3$ برابر صفر می‌شود. با توجه به این‌که واکنش با همین سرعت ادامه دارد.

$$\bar{R}_{CaCO_3} = 0/05 = -\frac{0 - \frac{60}{100}}{t - 0} \Rightarrow 0/05t = 0/6 \Rightarrow t = 12\text{s}$$

یعنی 12 ثانیه‌ی دیگر واکنش تمام می‌شود.

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۳ تا ۹)

۱۹۵- *(عرفان محمودی)*

$$\bar{R}_{N_2O_5} = 0/03\text{mol.L}^{-1}\text{.min}^{-1} \Rightarrow \bar{R}_{NO_2} = 2\bar{R}_{N_2O_5}$$

$$= 2 \times 0/03 = 0/06\text{mol.L}^{-1}\text{.min}^{-1}$$

تعداد مول گاز NO_2 تولید شده:

$$0/06\text{mol.L}^{-1}\text{.min}^{-1} = \frac{\frac{x\text{mol NO}_2}{4\text{L}}}{15\text{min}} \Rightarrow x = 3/6\text{mol NO}_2$$

$$\Rightarrow \text{جرم } NO_2 \text{ تولید شده} = 3/6\text{mol} \times 46\text{g.mol}^{-1} = 165/6\text{g NO}_2$$

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۳ تا ۹)

۱۹۶- *(موسی خیاط‌علیمعمدی)*

تعداد مول اولیهٔ O_2 دو برابر CH_4 بیان شده و چون ضریب O_2، ۲ برابر CH_4 است با گذشت زمان مصرف O_2، ۲ برابر CH_4 بوده و در نهایت هر دو با هم به اتمام می‌رسند.

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۶ و ۸)

۱۹۷- *(موسی خیاط‌علیمعمدی)*

مورد اول: درست ← مس بر اثر اکسیدشدن سبزرنگ می‌شود.

مورد دوم: درست ← سرعت واکنش تجزیه‌ی هیدروژن پراکسید توسط $I^-(aq)$ به عنوان کاتالیز به‌طور چشم‌گیری افزایش می‌یابد.

مورد سوم: درست ← ترکیب‌های موجود درخاک باغچه باعث سریع‌شدن سوختن قند می‌شود.

مورد چهارم: نادرست ← سرعت واکنش‌های گرماگیر و گرماده، در دماهای بالا افزایش می‌یابد.

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۱۹۸- *(علی فرزادتبار)*

$$R = k[A]^m[B]^n$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{16 \times 10^{-5}}{2 \times 10^{-5}} = \frac{(0/02)^m(0/02)^n}{(0/01)^m(0/01)^n} = 8 = 2^3 \Rightarrow 2^m \times 2^n = 2^3$$

$$\Rightarrow m + n = 3$$

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

$$\frac{R_۳}{R_۱}=\frac{۱۸\times۱۰^{-۵}}{۲\times۱۰^{-۵}}=\frac{(۰/۰۱)^m(۰/۰۳)^n}{(۰/۰۱)^m(۰/۰۱)^n}=۹=۳^۲\Rightarrow ۱^m\times۳^n=۳^۲$$

$$\Rightarrow n=۲\ ,\ m=۱$$

بنابراین مرتبه کلی واکنش $m+n=۳$ است.

برای محاسبه‌ی مقدار x داریم:

$$\frac{R_۴}{R_۱}=\frac{۵۰۰\times۱۰^{-۵}}{۲\times۱۰^{-۵}}=\frac{(x)^m}{(۰/۰۱)^m}\times\frac{(۰/۰۵)^n}{(۰/۰۱)^n}=۲۵۰$$

از آن‌جا که $m=۱$ و $n=۲$ است، داریم:

$$\frac{x}{۰/۰۱}\times(۵)^۲=۲۵۰\Rightarrow x=۰/۱\,mol.L^{-۱}$$

برای محاسبه‌ی ثابت سرعت (k) می‌توانیم از آزمایش ۱، استفاده کنیم:

$$۲\times۱۰^{-۵}=k(۰/۰۱)(۰/۰۱)^۲\Rightarrow k=۲۰$$

یکای k نیز به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{mol}{L.s}=k(\frac{mol}{L})(\frac{mol}{L})^۲\Rightarrow k\ \text{یکای}=\frac{L^۲}{mol^۲.s}$$

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۱۹۹- *(سوند راعی‌پور)*

به دلیل این‌که سرعت واکنش، مستقل از غلظت اولیه واکنش‌دهنده است، واکنش از مرتبه صفر می‌باشد.

$$\bar{R}_۱=\frac{۳\times۱۰^{-۲}}{۵s}=۶\times۱۰^{-۳}\,mol.L^{-۱}.s^{-۱}$$

$$\bar{R}_۲=\frac{۶\times۱۰^{-۲}}{۱۰s}=۶\times۱۰^{-۳}\,mol.L^{-۱}.s^{-۱}$$

$$R=k\Rightarrow k=۶\times۱۰^{-۳}\,mol.L^{-۱}.s^{-۱}$$

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۶ تا ۹، ۲ و ۳)

۲۰۰- *(موسی خیاط‌علیمحمدی)*

$$R_۱=۰/۱۵=k[۰/۳]^۲\Rightarrow k=\frac{۵}{۳}L.mol^{-۱}.s^{-۱}$$

$$x=R_۲=k[NO_۲]^۲=\frac{۵}{۳}[۰/۹]^۲=\frac{۵}{۳}\times۰/۸۱$$

$$\Rightarrow x=۱/۳۵mol.L^{-۱}.s^{-۱}$$

$$y=R_۳=\frac{۵}{۳}[۰/۳]^۲\Rightarrow y=۰/۱۵mol.L^{-۱}.s^{-۱}$$

البته با توجه به این‌که غلظت CO نقشی در سرعت ندارد پس R در آزمایش ۳، باید برابر با R در آزمایش ۱ باشد.

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

شیمی ۲

۲۰۱- *(علی فرزادتبار)*

این بند از نظریه‌ی اتمی دالتون که بیان می‌دارد «همهٔ اتم‌های یک عنصر مشابه یکدیگرند» به‌وسیلهٔ مفهوم ایزوتوپ رد شد و تامسون نقشی در رد آن، نداشت.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۲، ۳، ۱۱ و ۱۲)

۲۰۲- *(مسعود جعفری)*

$$N-e=۷\Rightarrow N-(p-۲)=۷\Rightarrow N-p=۵$$

$$\left.\begin{matrix}N-p=۵\\N+p=۶۳\end{matrix}\right\}\Rightarrow ۲N=۶۸\Rightarrow\begin{cases}N=۳۴\\p=۲۹\end{cases}$$

عدد اتمی A برابر ۲۹ است یعنی این عنصر $_{۲۹}Cu$ است.

$$_{۲۹}Cu:۱s^۲۲s^۲۲p^۶۳s^۲۳p^۶۳d^{۱۰}۴s^۱$$

۵ = تعداد اوربیتال‌های کاملاً پر شده از الکترون در لایهٔ ظرفیت

(شیمی ۲، صفحه‌های ۱۱، ۱۲، ۲۱ تا ۲۸)

۲۰۳- *(محسن خوشدل)*

اگر فرض کنیم درصد فراوانی ایزوتوپ‌ها به ترتیب افزایش جرم x، y و z می‌باشد، با حل هم‌زمان سه معادله‌ی زیر، درصد فراوانی هر یک از ایزوتوپ‌ها به دست می‌آید.

$$x+y+z=۱۰۰$$

$$x=۴y$$

$$\frac{۱۲x+۱۳y+۱۴z}{۱۰۰}=۱۲/۸$$

پاسخ معادله فوق: $z=\frac{۱۰۰}{۳}$ ، $y=\frac{۲۰۰}{۱۵}$ و $x=\frac{۸۰۰}{۱۵}$، بنابراین فراوانی سنگین‌ترین ایزوتوپ تقریباً برابر ۳۳/۳٪ می‌باشد.

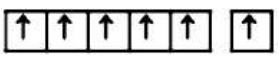
(شیمی ۲، صفحه‌های ۳ و ۱۴)

۲۰۴- *(فرشاد میرزایی)*

مورد سوم: در هر لایه الکترونی، n زیر لایه وجود دارد. برای مثال در لایه الکترونی $n=۲$، دو زیرلایه وجود دارد.

بررسی مورد دوم:

$$_{۲۴}X:۱s^۲۲s^۲۲p^۶۳s^۲۳p^۶\qquad ۳d^۵\qquad ۴s^۱$$



$$(+\tfrac{۱}{۲})+(+\tfrac{۱}{۲})+(+\tfrac{۱}{۲})+(+\tfrac{۱}{۲})+(+\tfrac{۱}{۲})=۳$$

هر ۶ الکترون لایه ظرفیت دارای اسپین $(+\frac{۱}{۲})$ می‌باشند که جمع جبری آنها برابر ۳ است.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۴، ۱۸ و ۲۱ تا ۲۸)

۲۰۵- *(روح الله علیزاده)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: درست است.

گزینه «۲»: نادرست است. زیرا:

نسبت بار به جرم الکترون $(۱/۷۶\times۱۰^۸\frac{C}{g})$ توسط تامسون محاسبه شد در صورتی‌که بار الکترون که توسط میلیکان اندازه‌گیری شد برابر $۱/۶۰۲\times۱۰^{-۱۹}C$ بود.

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

گزینه «۳»: نادرست است زیرا:

به‌دلیل وجود میدان الکتریکی قوی تعداد زیادی از ذرات α با زاویه‌ی اندکی از مسیر اولیه منحرف شدند.

گزینه «۴»: نادرست است زیرا هنگامی‌که الکترون با گرفتن مقداری انرژی به تراز انرژی بی‌نهایت $(n=\infty)$ انتقال یابد، از میدان جاذبهٔ هسته خارج می‌شود. در این هنگام می‌گویند که اتم الکترون خود را از دست داده است.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۵، ۹ و ۱۹)

۲۰۶- *(روح الله علیزاده)*

بررسی موارد:

مورد اول: نادرست است. زیرا در آزمون شعله هدف یافتن رنگی است که محلول ترکیب‌های شیمیایی فلزدار به چراغ بونزن می‌دهند تا به کمک این رنگ نوع فلز مشخص گردد.

مورد دوم: درست است.

مورد سوم: نادرست است، زیرا نخستین‌بار آنگستروم فیزیک‌دان سوئدی در سال ۱۸۶۲ چهار خط طیف نشری هیدروژن را یافت و نه سال بعد موفق به اندازه‌گیری دقیق طول موج هر خط شد.

مورد چهارم: نادرست است، زیرا نخستین‌بار در مدل اتمی بور، انرژی الکترون به‌صورت کوانتیده در نظر گرفته شد.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۱۱، ۱۶ و ۱۸ و ۲۰)

۲۰۷- *(مصطفی رستم‌آبادی)*

$$\begin{cases} n+p=۹۰ \\ n-p=۲ \Rightarrow n=p+۲ \end{cases}$$

$$۲p+۲=۹۰ \Rightarrow p=۴۴ \Rightarrow {}_{۴۴}B:[{}_{۳۶}Kr]۴d^{۶}\,۵s^{۲}$$

برای $B^{۳+}$ داریم: $${}_{۴۴}B^{۳+}:[{}_{۳۶}Kr]۴d^{۵}$$

بنابراین دو الکترون با $m_l=۲$ و $m_l=۰$ در لایهٔ ظرفیت آن وجود دارد.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۱۱، ۱۲ و ۲۱ تا ۲۷)

۲۰۸- *(روح الله علیزاده)*

بررسی موارد:

مورد اول: شکل اوربیتال‌های موجود در زیرلایه‌های s و p به‌ترتیب کروی و دمبلی است.

مورد دوم: حرکت اسپینی الکترون (یعنی حرکت الکترون به دور خود) آن را تبدیل به یک آهن‌ربای ریز می‌کند.

مورد سوم: درست است.

مورد چهارم: توجیه برخی خواص فیزیکی اتم‌ها با حضور ۲ الکترون در یک اوربیتال امکان‌پذیر بود و این مطلب منجر به کشف m_s (عدد کوانتومی مغناطیسی اسپین) شد.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۲۰۹- *(علی فرزادتبار)*

پرتوی حاصل از انتقال الکترونی $n=۶$ به $n=۲$، پرتو بنفش است که دارای کم‌ترین طول موج است. بنابراین بیش‌ترین فرکانس را داراست.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۲۱۰- *(حسن عیسی‌زاده)*

باید دنبال عنصری باشیم که اولین جهش انرژی آن بین $IE_۴$ و $IE_۵$ اتفاق بیفتد، که در عنصر **D** چنین است.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۲۰، ۲۱)

شیمی ۳

۲۱۱- *(امیر قاسمی)*

مجموع ضرایب مواد در واکنش ۲۹ می‌شود که با تقسیم بر ضریب $H_۲O$ عدد $\frac{۲۹}{۷}$ به‌دست می‌آید.

$$K_۲Cr_۲O_۷ + ۱۴HCl \rightarrow ۲KCl + ۲CrCl_۳ + ۳Cl_۲ + ۷H_۲O$$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۳ تا ۵)

۲۱۲- *(امیرعلی برقوردار یزدی)*

$$II) ۲KMnO_۴(s) \rightarrow K_۲MnO_۴(s) + MnO_۲(s) + O_۲(g)$$

ماده‌ی **A**، منگنز **(IV)** اکسید جامد است. بررسی سایر موارد:

مورد اول: $$I) NaCN(aq) + AgNO_۳(aq) \rightarrow AgCN(s) + NaNO_۳(aq)$$

مورد دوم: $$III) CH_۳OH(g) \xrightarrow{\Delta} CO(g) + ۲H_۲(g)$$

مجموع ضرایب فراورده‌ها برابر ۳ است.

مورد چهارم: $$IV) Pb(NO_۳)_۲(aq) + ۲KI(aq) \rightarrow \underbrace{PbI_۲(s)}_{\downarrow} + ۲KNO_۳(aq)$$

رسوب زردرنگ

(شیمی ۳، صفحه‌های ۳ تا ۵، ۸ و ۱۱)

۲۱۳- *(سیدسهاب اعرابی)*

بررسی سایر عبارت‌ها:

گزینه «۱»: $MnO_۴^{۲-}$، یون منگنات است.

گزینه «۲»: یک معادله‌ی شیمیایی اطلاعاتی مانند چگونگی و ترتیب مخلوط کردن واکنش‌دهنده‌ها را دربر ندارد.

گزینه «۳»:

$$۲Al(s) + ۳CuSO_۴(aq) \rightarrow Al_۲(SO_۴)_۳(aq) + ۳Cu(s) \quad \text{(جابه‌جایی یگانه)}$$

$$FeCl_۳(aq) + ۳NaOH(aq) \rightarrow Fe(OH)_۳(s) + ۳NaCl(aq) \quad \text{(جابه‌جایی دوگانه)}$$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۲، ۳، ۹ تا ۱۱)

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

۲۱۴- (حسن عیسی‌زاده)

پس از تعیین جرم اکسیژن موجود در ترکیب، تعداد مول‌های هر یک از عناصر C، H و O را تعیین می‌کنیم:

$$\text{جرم O} = 100\text{g} - (40/92\text{g} + 4/58\text{g}) = 54/5\text{gO}$$

$$?\text{molC} = 40/92\text{g} \times \frac{1\text{mol}}{12\text{g}} = 3/41\text{molC}$$

$$?\text{molO} = 54/5\text{g} \times \frac{1\text{mol}}{16\text{g}} \simeq 3/41\text{molO}$$

$$?\text{molH} = 4/58\text{g} \times \frac{1\text{mol}}{1\text{g}} = 4/58\text{molH}$$

$$\xrightarrow[\text{کوچک‌ترین عدد}]{\text{تقسیم بر}} \begin{cases} \text{C}: \frac{3/41}{3/41} = 1 \\ \text{H}: \frac{4/58}{3/41} \simeq 1/34 \\ \text{O}: \frac{3/41}{3/41} = 1 \end{cases}$$

بنابراین فرمول تجربی ترکیب به‌صورت $C_1H_{1/34}O_1$ است که تمامی اندیس‌ها را در عدد ۳ ضرب می‌کنیم. (فرمول تجربی: $C_3H_4O_3$)

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۲۱۵- (علی مؤیدی)

کاهش جرم به خاطر آزاد شدن و خروج گاز کربن دی اکسید از سامانه می‌باشد:

$$?\text{gC}_6\text{H}_8\text{O}_7 = 15/4\text{gCO}_2 \times \frac{1\text{molCO}_2}{44\text{gCO}_2} \times \frac{2\text{molC}_6\text{H}_8\text{O}_7}{1\text{molCO}_2}$$

$$\times \frac{192\text{gC}_6\text{H}_8\text{O}_7}{1\text{molC}_6\text{H}_8\text{O}_7} = 134/4\text{gC}_6\text{H}_8\text{O}_7$$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۲۱۶- (شهرزاد حسین‌زاده)

$$?\,\text{H اتم‌های} = 150\text{gC}_4\text{H}_{10} \times \frac{1\text{molC}_4\text{H}_{10}}{58\text{gC}_4\text{H}_{10}} \times \frac{10\text{molH}}{1\text{molC}_4\text{H}_{10}}$$

$$\times \frac{N_A\text{H اتم}}{1\text{molH}} \simeq 25/86N_A\text{H اتم}$$

$$?\text{O اتم‌های} = 50\text{gCa}_3(PO_4)_2 \times \frac{1\text{molCa}_3(PO_4)_2}{310\text{gCa}_3(PO_4)_2} \times$$

$$\frac{8\text{molO}}{1\text{molCa}_3(PO_4)_2} \times \frac{N_A\text{O اتم}}{1\text{molO}} \simeq 1/29N_A\text{O اتم}$$

$$\frac{\text{تعداد اتم‌های H}}{\text{تعداد اتم‌های O}} = \frac{25/86}{1/29} \simeq 20$$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

۲۱۷- (امیر قاسمی)

نام دیگر اتیلن گلیکول و گلیسرین به‌ترتیب ۱، ۲- اتان دی‌اُل و ۱، ۲، ۳- پروپان تری‌اُل است.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۲۱۸- (رضا اکبری)

فقط مورد چهارم نادرست است.

فرمول مولکولی سالیسیلیک اسید، $C_7H_6O_3$ است، بنابراین در یک CH_2 با هم اختلاف دارند.

(شیمی ۳، صفحه‌ی ۲۲)

۲۱۹- (علی فرزادتبار)

فرض می‌کنیم که ۱۰۰ گرم از ترکیب مفروض در اختیار است، لذا ۲۵ گرم آن را Y و ۷۵ گرم آن را X تشکیل می‌دهد. نسبت جرم اتمی X به Y برابر $\frac{3}{2}$ است. حال جرم اتمی Y را Z در نظر می‌گیریم که در این صورت جرم اتمی X برابر ۱/۵Z است.

$$?\text{molX} = 75\text{gX} \times \frac{1\text{molX}}{1/5\text{ZgX}} = \frac{50}{Z}\text{molX}$$

$$?\text{molY} = 25\text{gY} \times \frac{1\text{molY}}{Z\text{gY}} = \frac{25}{Z}\text{molY}$$

$$\text{X}: \frac{\frac{50}{Z}}{\frac{25}{Z}} = 2 \qquad \text{Y}: \frac{\frac{25}{Z}}{\frac{25}{Z}} = 1 \Rightarrow X_2Y$$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۲۲۰- (سیدطاها مصطفوی)

فرض می‌کنیم جرم مخلوط ۱۰۰گرم می‌باشد یعنی xگرم کلسیم‌کربنات و (100 − x) گرم کلسیم اکسید داریم.

$$CaCO_3 \rightarrow CaO + CO_2$$
$$x$$

حال مقدار CaO تولید شده از تجزیهٔ کلسیم کربنات را محاسبه می‌کنیم:

$$?\text{gCaO} = x\text{gCaCO}_3 \times \frac{1\text{molCaCO}_3}{100\text{gCaCO}_3} \times \frac{1\text{molCaO}}{1\text{molCaCO}_3}$$

$$\times \frac{56\text{gCaO}}{1\text{molCaO}} = 0/56x$$

$$0/56x = 100 - x \Rightarrow 1/56x = 100 \Rightarrow x \simeq 64/1$$

$$\text{درصد کلسیم کربنات در مخلوط اولیه} = \frac{64/1}{100} \times 100 = 64/1\%$$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۷، ۱۶ و ۱۸ تا ۲۲)

@elmeruzkonkoor

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir